Office - Bibliothek

Physikalische Zeitschrift

begründet von E. Riecke und H. Th. Simon

vereinigt mit dem

Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik

begründet von Johannes Stark

Herausgeber:

Prof. Dr. P. Debye, Prof. Dr. F. Harms und Prof. Dr. R. Seeliger

Die Physikalische Zeitschrift erscheint monatlich zweimal im Umfange von drei bis vier Bogen und wird vierteljährlich für Goldmark 11.— postfrei geliefert. Für das Ausland beträgt der Preis $ 3.— vierteljährlich. Für die Mitglieder der Deutschen Physikalischen Gesellschaft im Inland Goldmark 9.—, im Ausland $ 2.60. Bestellungen nehmen jede Buchhandlung sowie die Verlagsbuchhandlung entgegen. Anzeigen werden für die einmal gespaltene Millimeterzeile mit Goldmark —.35, Beilagen mit Goldmark 60.– berechnet.

Alle Manuskripte und darauf bezügliche Zuschriften sind an Prof. Dr. F. Harms, Würzburg, Bismarckstr. 1, zu senden, mit Ausnahme der zusammenfassenden Berichte, deren Redaktion Prof. Dr. R. Seeliger, Greifswald, Leitzerstr. 43, führt. Büchersendungen und Anzeigen-Aufträge direkt an den Verlag.

No. 6. Ausgegeben am 15. März 1927. No. 730. Printed in Germany. 28. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

H. Lüke, Über unipolare Leitung des Bleisulfids. S. 213—221.

M. N. Saha und B. B. Ray, Über das Mainsmith-Stonersche Schema des Aufbaus der Atome. S. 221—225.

Dr. Rehfeld, Reduktion der Trägheitsmomente materieller Systeme auf vier gleiche Punktmassen. S. 225—231.

Zusammenfassende Berichte:

A. Sommerfeld, Zum gegenwärtigen Stande der Atomphysik. S. 231—239.

Besprechungen:

John Joly, The Surface-History of the Earth. S. 239—241.

D. v. Mihaly, Das elektrische Fernsehen und das Telehor. S. 241–242.

W. Friedel, Elektrisches Fernsehen, Fernkinematographie und Bildfernübertragung. S. 242.

Handbuch der Physik, Band 23. S. 242.

Handbuch der Physik, Band 17. S. 243.

H. Mark, Die Verwendung der Röntgenstrahlen in Chemie und Technik. S. 243.

J. Reinke, Das dynamische Weltbild. S. 243.

A. Eleutheropulos, Die exakten Grundlagen der Naturphilosophie. S. 243–244.

H. Weinreich, Die sokratische Methode und wir Mathematiker. S. 244.

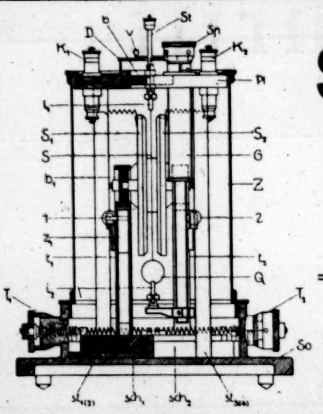
Tagesereignisse. S. 244.

Personalien. S. 244.

VERLAG VON S. HIRZEL IN LEIPZIG

Phys.-mech. Institut von Prof. Dr. M. Th. Edelmann & Sohn,

München.



Saiten-Elektrometer

nach Lutz-Edelmann (neue Form).

C. W. Lutz, Physik. Zeitschrift, 24. Jahrgang. 1923. Seite 166—170.

Katalog 30, Spezialliste No. 32 über Saitengalvanometer und Registrierapparate, Spezialliste No. 31 über einfache Präzisionsschulapparate gratis und franko.

Wissenschaftliche Optik

aus

Kalkspat
Quarz
Flußspat
Gips u. Glimmer
Steinsalz
Glas

B. Halle Nachfl.
Optische Werkstätten
Berlin-Steglitz.

Überragend

sind unsere überall bekannten

aschefreien Filter Nr. 589 u. 590.

Mit unseren

Rundfiltern
Faltenfiltern
Extraktionshülsen
Filtrierpapieren in Bogen

bilden sie unentbehrliche Hilfsmittel für jedes Laboratorium.

Unsere Preisliste, ein Wegweiser für jeden Interessenten, versenden wir kostenfrei.

Carl Schleicher & Schüll
DÜREN, Rheinl.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

No. 6. 15. März 1927. 28. Jahrgang.

Redaktionsschluß für No. 8 am 5. April 1927.

INHALT:

Originalmitteilungen:

Heinrich Lüke, Über unipolare Leitung des Bleisulfids. S. 213.

M. N. Saha und B. B. Ray, Über das Mainsmith-Stonersche Schema des Aufbaus der Atome. S. 221.

Rehfeld, Reduktion der Trägheitsmomente materieller Systeme auf vier gleiche Punktmassen. S. 225.

Zusammenfassende Berichte:

A. Sommerfeld, Zum gegenwärtigen Stande der Atomphysik. S. 231.

Besprechungen:

John Joly, The Surface-History of the Earth. S. 239.

D. v. Mihaly, Das elektrische Fernsehen und das Telehor. S. 241.

W. Friedel, Elektrisches Fernsehen. Fernkinematographie und Bildfernübertragung. S. 242.

Handbuch der Physik von H. Geiger u. K. Scheel. Bd. 23. S. 242.

Handbuch der Physik von H. Geiger u. K. Scheel. Bd. 17. S. 243.

H. Mark, Die Verwendung der Röntgenstrahlen in Chemie und Technik. S. 243.

J. Reinke, Das dynamische Weltbild. S. 243.

A. Eleutheropulos, Die exakten Grundlagen der Naturphilosophie. S. 243.

H. Weinreich, Die sokratische Methode und wir Mathematiker. S. 244.

Tagesereignisse. S. 244.

Personalien. S. 244.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über unipolare Leitung des Bleisulfids

Von Heinrich Lüke.

§ 1. Einleitung.

Trotz der vielen Arbeiten über die unipolare Leitung ist es bisher noch nicht gelungen, eine Erklärung, welche alle hierher gehörigen Erscheinungen zusammenfaßt, zu finden. Eine Zeitlang schien die Theorie von W. H. Eccles (1), der die unipolaren Leiter als Thermoelemente auffaßte, deren elektromotorische Kraft sich der angelegten Spannung überlagert und je nach der Richtung den Strom der angelegten Spannung vergrößert bzw. verkleinert, aussichtsreich zu sein. Auf die Mängel dieser Theorie haben besonders Szekely (2), Ettenreich (3) u. a. hingewiesen. Die zur Erklärung der Stromspannungskurven geforderte thermoelektrische Zusatzspannung müßte bis zu einigen Volt ansteigen; solche Spannungen können aber die Thermoelemente nicht liefern. Da ferner die Thermokraft nicht immer die Richtung hat, wie die Detektorwirkung verlangt, dürfte diese Theorie kaum noch Anhänger haben.

Auch gegen die Polarisationstheorie von Szekely (4), Weigel (5) u. a. lassen sich wichtige Bedenken erheben. Ein Polarisationsstrom kann wohl den hochfrequenten Schwingungen der drahtlosen Telegraphie folgen, wie das die Schlömilch-Zelle beweist; aber bei einer großen Reihe von Detektoren ist die Leitung metallisch, und die Feuchtigkeitshaut der Oberfläche, die man ebenfalls zur Erklärung herangezogen hat, spielt kaum eine Rolle. Dies beweisen die Versuche von F. Trey (6), der die Oberflächenschicht durch Schaben im Vakuum entfernte und ausgesprochene Unipolarität fand.

Heute ist wohl allgemein die Ansicht verbreitet, daß die Unipolarität bzw. die Detektorwirkung auf einseitiger Elektronenwanderung beruht. Hierbei soll der Übergangswiderstand von ausschlaggebender Bedeutung sein. Bei Bleiglanz soll dieser Übergangswiderstand gasförmig und sehr von der Temperatur abhängig sein (7). Schon F. Braun, der Entdecker der Unipolarität, hat auf die Analogie der unipolaren Leitung mit der Elektrizitätsleitung durch Gase hingewiesen. Wie man sich aber den eigentlichen Mechanismus vorstellen soll, ist völlig dunkel. Ebensowenig ist auf die Frage, warum bei einem Stoff der Strom in der einen Richtung größer ist als in der anderen, während bei anderen Stoffen gerade das umgekehrte Verhalten auftritt, noch keine Antwort bisher gegeben worden.

Die vorliegende Untersuchung[1]) schließt sich eng an die im hiesigen Institut ausgeführte Arbeit von F. Trey (8) an. Derselbe hat eine große Anzahl von natürlichen Kristallen mit künstlichen Detektoren, bestehend aus gefällten, gepreßten Metallsufiden, verglichen; bei Silberglanz und gepreßtem Silbersulfidpulver und ebenso bei einer Reihe von anderen Stoffen, z. B. AgJ, war die Leitung elektrolytisch, und wurde die Unipolarität durch die Polarisation bedingt, Bei Bleiglanz und Bleisulfidpulver konnte die sog. Schleifencharakteristik durch die Polarisation einer oberflächlichen Feuchtigkeitsschicht

1) Gekürzte Dissertation der Phil. u. Naturw. Fakultät der Universität Münster i. W.

erklärt werden; aber die eigentliche Detektorwirkung war unabhängig hiervon, denn sie trat auch auf, wenn die Oberflächenschicht im Vakuum entfernt wurde. Trey fand ferner, daß gepulverter Bleiglanz und gefälltes Bleisulfid nach dem Pressen den Strom in beiden Richtungen gleich gut durchlassen und dem Ohmschen Gesetz gehorchen. Beim Erhitzen auf über 150° C trat dagegen Unipolarität auf. Eigentümlich war, daß der Strom bei Bleiglanzkristallen sich im allgemeinen umkehrte, wenn man dieselben pulverte, darauf preßte und auf 150° C erhitzte. Ziel der vorliegenden Untersuchung war, diese Verhältnisse weiter aufzuklären.

§ 2. Die Substanzen und die Versuchsanordnung.

Untersucht wurde Bleisulfid in Form von Bleiglanzkristallen und von gepreßten Pulvern. Die Kristalle waren von Krantz in Bonn freundlich zur Verfügung gestellt worden. Die Pulver bestanden aus mechanisch gepulverten Kristallen oder aus absolut reinem PbS, das von Kahlbaum bezogen oder von mir hergestellt war; die Darstellung war die übliche: Chemisch reines $Pb(NO_3)_2$ wurde möglichst konzentriert gelöst, filtriert, mit H_2S versetzt, bis ziemlich alles PbS ausgefallen war. Das gefällte PbS wurde sorgfältig mit reinstem destillierten Wasser gewaschen und dann im Trockenschrank getrocknet. Die Pulver wurden im Schraubstock in zylindrische Messinghülsen gepreßt. Durch die Benutzung des Schraubstockes konnte ein für alle Präparate ziemlich gleichmäßiges Pressen erreicht werden. Es mag eigenartig erscheinen, daß auch gepreßte Pulver untersucht wurden. Denn zu den Schwierigkeiten des losen Kontaktes und des Übergangswiderstandes kommen jetzt noch die Unstimmigkeiten, die durch die veränderliche Kohärenz und Feuchtigkeit der Pulver hervorgerufen werden. Nachdem aber Trey (8) mit gepreßten Pulvern gewisse Regelmäßigkeiten gefunden hatte, schien es aussichtsreich, die Untersuchung in dieser Richtung fortzusetzen.

Die Kristalle bzw. Pastillen wurden mit einem Galvanometer oder seltener mit einem Milliamperemeter und einer Wippe hintereinander in einen Gleichstromkreis geschaltet. An Stelle des meistens benutzten Milliamperemeters habe ich fast alle Versuche mit einem hochempfindlichen Galvanometer durchgeführt; man hat hierdurch den großen Vorteil, daß man den Kontakt viel loser machen kann, was bekanntlich bei der Prüfung auf Unipolarität von ausschlaggebender Bedeutung ist. (Bei festem Kontakt verschwindet die Unipolarität stets.) Der Strom in dem Meßkreis wurde durch Abzweigung von einem Stöpselrheostaten, durch den eine Akkumulatorenbatterie ihren Strom schickte, gewonnen. Man erhält so durch Umlegen der Wippe die sog. Gleichstromcharakteristik der Substanzen. Die Kristalle oder Pastillen standen in losem Kontakt mit einer *Pt*-Spitze, die spiralfederartig aufgewickelt war und so leicht federnd auf die Bleisulfidfläche drückte. Gelegentlich wurde ein fest an eine Blattfeder gelöteter Platindraht benutzt. An Stelle der Platinspitze wurde bei einigen Versuchen ein Silberdraht verwandt. Wegen weiterer Einzelheiten betreffs des Einflusses der Spitze sei auf die Arbeit von Trey verwiesen.

Vergleichsweise wurde auch ein Radioapparat benutzt. Es war ein einfacher Detektorkreis, der nur durch eine variable Selbstinduktion abgestimmt war.

Da die unipolare Leitung nur bei losem Kontakt auftritt, so erschwert die große Abhängigkeit des Übergangswiderstandes vom Druck der Zuleitung und der Temperatur die Untersuchungen sehr. Die geringsten Erschütterungen, die Erwärmung durch den Strom selbst wirkt außerordentlich störend; dazu kommt die zeitliche Änderung der Stromstärke, Schwierigkeiten, die F. Streintz (9) in seinen Arbeiten näher beschrieben hat. Man erhält daher nur einigermaßen richtige Resultate, wenn man die Beobachtungen häuft.

§ 3. Wiederholung der Versuche von Thieme.

Nach Thieme (10) zeigt reines Kupfer keine Gleichrichterwirkung, wenn die Feuchtigkeitshaut an der Oberfläche entfernt ist. Wird die Kontaktfläche aber angeätzt, so soll eine kräftige Gleichrichterwirkung auftreten. Noch wesentlich verschärft soll diese Wirkung werden, wenn Kupfer mit Silber zu einer Legierung mittlerer Konzentration zusammengeschmolzen wird; es entstehen hierbei zwei Gemenge heterogener Metallarten, regulär und in Oktaedern kristallisiert, nämlich solche von schwachkupferhaltigem Silber und solche von schwachsilberhaltigem Kupfer. Noch wirksamer sollen Mischkristalle sein. Auf die Theorie, die Thieme aufgestellt hat, um diese Versuche zu erklären, soll hier nicht näher eingegangen werden.

Diese Versuche wurden, da sie zur Erklärung der Detektorwirkung wichtig erschienen, wiederholt und auf andere Metalle ausgedehnt. Zu dem Zweck wurden *Cu*, *Ag*, *Cd*, *Ni*, *Al* und

Messing auf Hochglanz poliert. Diese Präparate wurden in den oben beschriebenen Gleichstromkreis mit dem empfindlichen Galvanometer eingeschaltet. In keinem Fall war Unipolarität nachzuweisen. In dem Radiokreis waren die Versuche nicht ganz so eindeutig. An einzelnen wenigen Stellen konnte eine schwache Unipolarität beobachtet werden; doch ist es möglich, daß an diesen Stellen eine Verunreinigung auf der Oberfläche lag. Die Metalle wurden dann mit Säuren geätzt und mit der Feile bearbeitet. Die Erscheinungen wurden dadurch nicht geändert. Da nach Thieme Silber-Kupferlegierungen besonders wirksam sein sollten, wurde eine Reihe von Legierungen durch Zusammenschmelzen in den verschiedensten Konzentrationen hergestellt. Diese verhielten sich wie die Metalle. Aus diesen Beobachtungen geht hervor, daß reine Metalle und Legierungen keine Detektorwirkungen zeigen, wie bereits Goddard (11) gefunden hat.

Um weiter nachzuweisen, daß nicht ein Gemenge von zwei Substanzen verschiedener Leitfähigkeit die Ursache der Detektorwirkung ist, wurde *Ag*-Pulver mit Kohle bzw. Graphitpulver in den verschiedensten Konzentrationen gemischt. Hieraus wurden Pastillen gepreßt und diese in die Empfangsanlage geschaltet. An manchen Stellen trat auch hier bei geeignetem Kontakt Unipolarität auf. Doch war die Lautstärke bei all diesen Versuchen klein. Wurden diese Präparate in den Gleichstromkreis gebracht, so konnte nie Unipolarität nachgewiesen werden.

§ 4. Einfluß des Aufrauhens der Oberfläche von Bleiglanzkristall auf die Detektorwirkung.

Trotzdem die oben beschriebenen Versuche, das Resultat von Thieme, daß Aufrauhen die Detektorwirkung verstärkt, nicht bestätigen, sollte dasselbe noch auf andere Weise geprüft werden, nämlich durch Aufrauhen von Substanzen, die an sich schon Detektorwirkung zeigen. Diese Versuche wurden gemacht an einem Bleiglanzkristall (Freiberg-Sachsen) gegen eine *Pt*-Spitze.

Es wurde zuerst an allen Flächen des Kristalls eine Reihe von Stellen untersucht. Hierbei wurde meistens $(Pt+)>(Pt-)$. Dann wurde die Oberfläche durch Schmirgeln aufgerauht und wieder untersucht. Darauf wurde mit ganz feinem Schmirgel wieder geglättet und mit Alkohol gewaschen. Das Verhalten des Kristalls war immer dasselbe, es war in den weitaus meisten Fällen $(Pt+)>(Pt-)$.

Aus diesen und analogen Versuchen, die nicht näher beschrieben werden sollen, da sie nichts Neues zeigten, geht hervor, daß Aufrauhen oder Glätten die unipolare Leitung beim Bleiglanzkristall nicht beeinflußt.

Es wurde noch eine Reihe von Versuchen gemacht, um zu sehen, ob ein Unterschied in der Unipolarität auftritt, wenn statt der *Pt*-Spitze andere Spitzen bzw. Flächen benutzt wurden. Es wurden deshalb folgende Zusammenstellungen geprüft.

Bleiglanz (Grube Glücksbrunnen)	Fläche	= *Pt*-Spitze,
„	Spitze	= *Pt*-Fläche.
„	„	= *Pt*-Spitze.
„	„	= Messingfläche.

Ein Unterschied war nicht festzustellen.

§ 5. Einfluß des Pulverisierens auf die Detektorwirkung.

Eine große Anzahl von Bleiglanzkristallen von den verschiedensten Fundstellen wurden an mehreren Stellen untersucht, so daß man sich ein ungefähres Bild von ihrem Verhalten machen konnte. Sie wurden darauf gepulvert und durch starken Druck in Messinghülsen gepreßt und untersucht. Es ergab sich, daß die Unipolarität erhalten blieb, so daß man schließen muß: Gepreßte Kristallpulver verhalten sich wie die Kristalle, aus denen sie gewonnen sind. Dieses Ergebnis wurde sichergestellt durch eine große Anzahl von Versuchen mit einem amerikanischen Bleiglanz, der unter dem Namen Radio Galena vielfach als Detektor benutzt wird. Er zeigte als Kristall außerordentlich starke Unipolarität, so daß man beinahe von einer Ventilwirkung sprechen kann. Im Gegensatz zu den anderen Bleiglanzkristallen, bei denen an den meisten Stellen $(Pt+)>(Pt-)$ war, war hier ausschließlich $(Pt-)>(Pt+)$; obwohl der Kristall nach allen Richtungen abgesucht wurde, konnte keine Stelle gefunden werden, die sich anders verhielt. Nach dem Pulverisieren und Pressen zeigten die Präparate noch Unipolarität, und zwar war die Richtung des größeren Stromes stets dieselbe wie beim nicht zertrümmerten Kristall. Zusammenfassend kann man sagen: Gepreßte Kristallpulver verhalten sich wie die entsprechenden Kristalle. Die Richtung des bevorzugten Stromes wird nicht geändert. Nur die Größe der Unipolarität ist bei den Pulvern kleiner, was leicht verständlich ist, da der Widerstand der Pulver größer ist, und man daher den Kontakt fester

machen muß, wodurch die Unipolarität stets leidet[1]).

§ 6. Einfluß der Temperatur auf die Unipolarität.

Eine ganze Reihe der verschiedensten Bleiglanzkristalle wurde unerhitzt an mehreren Stellen untersucht, so daß ihr allgemeines Verhalten bekannt war. Dann wurden diese Kristalle im Trockenschrank bis 200° C erhitzt und abgekühlt wieder untersucht. Hierbei hat sich nie eine Änderung gezeigt. Die Unipolarität war, was die Richtung des bevorzugten Stromes, als auch das Verhältnis der beiden Stromstärken angeht, immer die gleiche. Die Größe der Unipolarität läßt sich natürlich nur angenähert feststellen, da man ja immer wieder andere Stellen untersucht und auch der lose Kontakt ständig variiert.

Darauf wurde dazu übergegangen, die Unipolarität direkt bei hohen Temperaturen zu messen. Einen solchen Versuch haben bereits Trey (12) und Szekely (13) unternommen. Während jedoch bei Trey der Kontakt nicht von außen reguliert werden konnte, und infolgedessen die durch die Temperaturänderung bewirkte Variation des Kontaktes sehr störend war, wurde jetzt dafür gesorgt, daß die *Pt*-Spitze von außen eingestellt werden konnte, während der Kristall im elektrischen Ofen erhitzt wurde. Die Kontaktstelle selbst konnte durch ein Glimmerfenster beobachtet werden. Die Temperatur wurde mit einem Quecksilberthermometer gemessen. Eine wesentliche Änderung der Unipolarität sowohl in der Richtung als auch in der Stärke konnte nicht festgestellt werden. Die Kurven der Figur 1a bzw. b zeigen je eine Charakteristik bei 20° C bzw. 200° C. Abgekühlt und noch einmal bei 20° C und darauf wieder bei 200° C untersucht, ergab sich im großen und ganzen immer dasselbe Bild. Die Stromstärken standen je nach den einzelnen Stellen im Verhältnis 1 : 2, 1 : 3 und 1 : 4. Aus diesen Versuchen geht somit hervor: Erhöhung der Temperatur auf 200° C ändert die unipolare Leitung nicht wesentlich.

Im Gegensatz hierzu stehen die Versuche von Szekely (13). Während sie allerdings auch findet, daß ein Detektor auf 200° C nur kurze Zeit erwärmt und abgekühlt keine Änderung

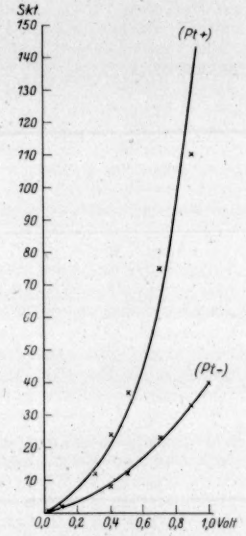


Fig. 1a.

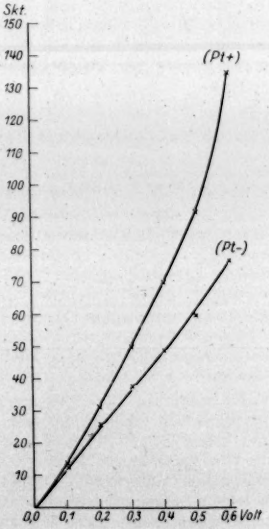


Fig. 1b.

1) Trey ist zu dem Ergebnis gelangt, daß, wenn man die Kristalle pulvert und nachträglich preßt, die Unipolarität verschwindet. Er hat aber nur Kristalle untersucht, die beide Richtungen (*Pt* +) und (*Pt* —) bevorzugen. Auch war seine Versuchsanordnung nicht so empfindlich, da er ein Milliamperemeter benutzte.

zeigt, ist dagegen bei ihren Versuchen bei 260° C jede unipolare Leitung verschwunden. Die Charakteristiken sind gradlinig; es gilt das Ohmsche Gesetz. Aber auch bei ihr ist anscheinend nicht genügend Rücksicht auf die Änderung des Kontaktes durch die Temperatursteigerung genommen; denn sie erwähnt in keiner Weise, daß der Kontakt ensprechend geändert werden konnte.

Der Kristall wurde dann noch gepulvert und gepreßt. Darauf wurden analoge Versuche, wie oben, bei verschiedenen Temperaturen ausgeführt. Es ergab sich auch hier Gleichrichterwirkung bei 200° C stärkere, bei 20° C schwächere. Das Stärkerwerden der Unipolarität durch Erwärmung steht im Einklang mit den Versuchen von F. Trey.

Darauf wurde zur Untersuchung der chemisch hergestellten Bleisulfidpulver übergegangen. F. Trey hat hierbei gefunden, daß die Präparate, wenn sie bei niederer Temperatur getrocknet waren, den Strom in beiden Richtungen gleich gut durchließen, daß aber bei Erwärmung über 150° C Unipolarität auftrat. Die Versuche schienen aber aus den oben genannten Gründen, weil sie mit dem Milliamperemeter ausgeführt waren, nicht ganz beweisend zu sein. Daher sollten sie jetzt mit dem Galvanometer wiederholt werden. Die Ergebnisse waren aber hier dieselben wie bei Trey. Chemisch hergestelltes Bleisulfid leitet nach dem Pressen den Strom in beiden Richtungen gleich gut. Sind die Präparate aber erhitzt gewesen, so tritt Unipolarität auf. Dabei wurde bei meinen Versuchen das Auftreten der Gleichrichterwirkung schon bei Präparaten beobachtet, die nur auf 100° C erhitzt gewesen waren.

Die Versuche waren folgendermaßen ausgeführt. Die Pulver wurden nach dem Pressen erhitzt und erst nach dem Abkühlen untersucht. Die Erhitzung auf hohe Temperaturen geschah in einem Tonrohr im elektrischen Ofen bei Luftabschluß, um jede Oxydation zu vermeiden. Hierbei trat bei höheren Temperaturen eine Sublimation auf, wodurch die Oberfläche rauh wurde. Es genügt, aus der großen Anzahl dieser Versuche einige typische Fälle mitzuteilen.

1. Amerikanischer Radio Galena (gepulverter Kristall).

Bei 20° C ist Unipolarität vorhanden, und zwar ist $(Pt-)>(Pt+)$. Die auf 100° C bzw. 200° C erhitzt gewesenen Präparate zeigen stärkere Unipolarität, was sich vielleicht aus der besseren Kohärenz und Leitfähigkeit der Pulver erklären läßt. Es bleibt $(Pt-)>(Pt+)$. Bei 600° C war Unipolarität kaum zu finden. Die Oberfläche war aber ganz verändert und mit sublimiertem PbS bedeckt. Wurde sie abgekratzt, so war wieder Unipolarität da; es war aber jetzt $(Pt+)>(Pt-)$. Die Unipolarität war lange nicht so ausgeprägt wie bei den auf 200° C erhitzten Präparaten. Es zeigt sich somit, daß sehr starkes Erhitzen die Unipolarität verschlechtert und die Richtung des bevorzugten Stromes umkehrt. Das Schlechterwerden der Gleichrichterwirkung läßt sich vielleicht darauf zurückführen, daß absorbierte und adsorbierte Gase entweichen, und dadurch der Zusammenhang des Pulvers gelockert wird, so daß man, um Ströme zu erhalten, den Kontakt fester machen muß; aber die Umkehr der Stromrichtung läßt sich keineswegs hierdurch erklären. Ein Versuch zur Erklärung folgt in § 9.

2. Gepulverter Bleiglanzkristall (Freiberg-Sachsen und Cumberland-England).

Beim Kristall war meistens $(Pt+)>(Pt-)$. Die Pulver hatten bei 20° C schwache Unipolarität. Es war auch hier $(Pt+)>(Pt-)$. Die erhitzt gewesenen Präparate zeigten stärkere Gleichrichterwirkung. Auch hier genügte schon ein Erwärmen auf 100° C. Es tritt dabei aber ein eigentümlicher Vorzeichenwechsel der Unipolarität auf, denn bei den erhitzt gewesenen Präparaten ist der Strom $(Pt-)>(Pt+)$, eine Erscheinung, die Trey bei allen von ihm untersuchten Bleiglanzkristallen gefunden hat. Da schon der unveränderte Bleiglanzkristall dieser Art sich nicht einheitlich verhält, — meistens ist $(Pt+)>(Pt-)$; aber es wurden auch viele Stellen mit umgekehrter Richtung gefunden, — und da der Grund für das abweichende Verhalten gegenüber dem regelmäßigen amerikanischen Radio Galena nicht gefunden ist, soll dieser Fall nicht weiter besprochen und berücksichtigt werden.

3. Chemisch hergestelltes PbS.

Hier war bei 20° C keine Unpolarität zu finden. Bei den erhitzten Präparaten trat sie allmählich auf. Stark ausgeprägt ist sie bei 200° C. Es ist immer $(Pt-)>(Pt+)$. Die auf noch höhere Temperaturen erhitzt gewesenen Präparate zeigten ebenfalls noch Unipolarität. Wurde die durch das Erhitzen veränderte Oberfläche abgekratzt, so war die Gleichrichterwirkung geringer; doch war das Verhältnis der Stromstärken immer noch 1 : 2. Es war aber jetzt $(Pt+)>(Pt-)$.

Fassen wir die Ergebnisse dieses Abschnittes zusammen, so lauten diese: Gepulverte Kristalle zeigen unerhitzt nach dem Pressen schwache Unipolarität; bei den chemisch hergestellten PbS-Pulvern ist sie dagegen ganz verschwunden. Erhitzen bis zu 200° C steigert die Unipolarität stark, und zwar ist die Richtung des bevorzugten Stromes dieselbe wie beim unzerstörten Kristall, falls der Kristall vorher immer eine Richtung eindeutig bevorzugt, sonst tritt beim Erhitzen ein Vorzeichenwechsel ein, und zwar so, daß $(Pt-)>(Pt+)$ ist. Erhitzen auf 600° C schwächt die Unipolarität und bewirkt eine Umkehrung des bevorzugten Stromes. Es ist dann $(Pt+)>(Pt-)$.

§ 7. Versuche mit sublimiertem PbS.

Da die umstehend beschriebenen Versuche keine eindeutigen Resultate gegeben hatten, wurde auch noch sublimiertes PbS untersucht. Die Sublimation geschah folgendermaßen[1]). Das Pulver wurde in ein Tonrohr gefüllt, das vorher auf seine Dichtigkeit bei hoher Temperatur geprüft war. Das Tonrohr befand sich bis über die Hälfte in einem elektrischen Ofen. Die Temperatur, die mit einem Thermoelement gemessen wurde, wurde langsam bis auf 1100° C gesteigert. Nachdem diese Temperatur etwa eine Stunde lang beibehalten war, wurde langsam abgekühlt. Das Vakuum wurde hergestellt mit einer Stiefelpumpe als Vorpumpe und einer Molekularpumpe von Gaede. Der Druck, der etwa 10^{-5} mm betrug, wurde mit einem Mc. Leod gemessen. Der aus dem Ofen herausragende Teil des Tonrohres wurde leicht gekühlt. Der Schmelzpunkt des PbS liegt bei 1112° C; der Dampfdruck beträgt bei 917° C 4,0 mm, bei 995° C 17 mm. Die Sublimation geht in einem so hohen Vakuum außerordentlich leicht vonstatten. Darauf wurde das Tonrohr zerschlagen und das sublimierte PbS, das in dem oberen Teile des Rohres eine feste zusammenhängende kristallinische Masse bildete, vorsichtig herausgeschlagen, fein gepulvert und in die zylindrischen Messinghülsen gepreßt. Mit dem Galvanometer im Gleichstromkreis auf unipolare Leitung untersucht, zeigte das PbS ziemliche Unipolarität. Es war meistens $(Pt+)>(Pt-)$ (vgl. Fig. 2). Sodann wurde das gepreßte Pulver auf 100° C erhitzt, und abgekühlt wieder untersucht. Die Unipolarität war geblieben; doch konnte jetzt von einer einheitlichen Bevorzugung kaum noch die Rede sein, da beide Fälle, sowohl $(Pt+)>(Pt-)$ als auch $(Pt-)>(Pt+)$ ziemlich gleich oft auftraten.

Bis zu 200° C erhitzt und abgekühlt untersucht, tritt keine wesentliche Änderung ein. Die Bevorzugung des Stromes $(Pt-)$ ist zurückgegangen. Die Zahl der Fälle, in denen $(Pt+)>(Pt-)$ ist, ist jetzt viel größer als vorher.

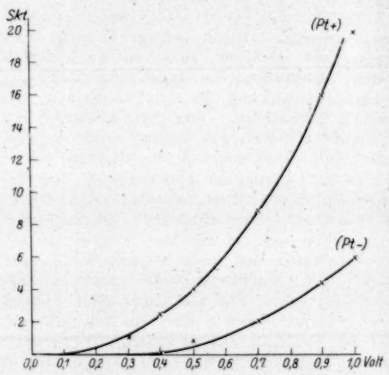


Fig. 2.

Auf 450° C erhitzt, zeigte sich nur in vereinzelten Fällen Gleichrichterwirkung; in den meisten Fällen waren die Ströme in beiden Richtungen gleich. Abschaben der Oberfläche änderte die Verhältnisse kaum. Manchmal allerdings fand man, daß der Strom $(Pt-)>(Pt+)$ war.

Bei den auf 600° C erhitzt gewesenen Präparaten zeigte sich dagegen wieder öfter Gleichrichterwirkung; es war $(Pt+)>(Pt-)$. Bei den geschabten Präparaten konnte sie nur selten gefunden werden.

Man erkennt aus diesen Versuchen, daß die Erscheinungen äußerst verwickelt sind; ein Versuch, sie zu deuten, findet sich in § 9.

§ 8. Pressen im Vakuum.

Wie in § 6 gezeigt wurde, konnte für das chemisch hergestellte PbS keine unipolare Leitung gefunden werden. Nach dem Erhitzen war sie dagegen sehr ausgeprägt. Dieses konnte von zwei Ursachen herrühren, nämlich beim Steigern der Temperatur werden gelöste und adsorbierte Wasserdampf- oder Luftschichten vertrieben; da, wie Streintz nachgewiesen,

1) Bei der Ausführung der Sublimation hat mir Herr Dr. F. Durau sehr wesentlich geholfen. Ihm spreche ich deshalb auch an dieser Stelle meinen besten Dank aus.

hierdurch die Leitfähigkeit stark zunimmt, so konnte der Kontakt sehr viel loser gemacht werden, was die Unipolarität stark begünstigt. Oder zweitens: die Temperatursteigerung modifiziert die Oberfläche in irgendeiner anderen vorläufig unbekannten Weise. Zugunsten der ersten Erklärung spricht, daß Steigern der Temperatur auf etwa 100° C die Unipolarität schon stark hervortreten läßt. Um die Erscheinung noch weiter aufzuklären, wurde beschlossen, das Pulver im Vakuum bei gewöhnlicher Temperatur zu trocknen und zu pressen. Zu dem Zweck wurde die Presse P mit dem Boden B (vgl. Fig. 3) in ein zylindrisches Messinggefäß M gebracht, das aus zwei Teilen M_1 und M_2 bestand,

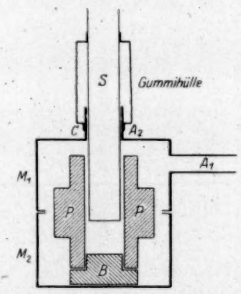


Fig. 3.

die aneinander geschraubt werden konnten, und das zwei Ansatzrohre A_1 und A_2 hatte. A_1 führte zur Pumpe, durch A_2 ging der verlängerte Stempel S der Presse. Über A_2 und den Stempel war eine nicht eng anliegende Gummihülle geschoben, die nur unten bei C fest an dem Ansatzrohr und oben bei D fest an dem Stempel befestigt war. Dadurch wurde erreicht, daß der Raum, in dem sich die Presse befand, luftdicht abgeschlossen war und der Stempel leicht bewegt werden konnte. Die Verbindungsstelle der beiden Zylinderstücke M_1 und M_2 war mit einer Dichtungsscheibe gedichtet. Das Vakuum wurde mit einer Diffusionspumpe hergestellt. Die Größenordnung des Vakuums war 1 mm. Nachdem man lange Zeit bei diesem Vakuum das Pulver gehalten hatte, wurde es durch Schlagen mit einem großen Hammer gepreßt. Während des Pressens war die Pumpe dauernd im Betrieb. Das so bei 20° C gepreßte chemisch hergestellte PbS zeigte ziemlich gute Detektorwirkung. Der Strom $(Pt-)$ war bevorzugt. Es wurde auch so bei höheren Temperaturen gepreßt. Hierbei wurde das Messinggefäß in ein Sandbad gebracht und dann erhitzt. Hatte das Sandbad die gewünschte Temperatur, so wurde dafür gesorgt, daß es diese Temperatur noch mindestens eine halbe Stunde lang beibehielt. Dann erst wurde das Messinggefäß aus dem Sandbad herausgenommen und gepreßt. So wurde bei 100° C und bei 180° C gepreßt. Die Verhältnisse blieben ziemlich unverändert.

Es ergibt sich somit: Durch Pressen im Vakuum erhält das chemisch hergestellte PbS auch bei gewöhnlicher Temperatur unipolare Leitfähigkeit im Gegensatz zu dem an Luft gepreßten, das diese Eigenschaft nicht besitzt.

Eine Übersicht über das Verhalten des Bleisulfids gibt die folgende Tabelle:

Substanz	erhitzt gewesen auf	Unipolarität nach der Abkühlung	Besondere Bemerkungen
Amerik. Radio Galena	20°	$(Pt-)>(Pt+)$	
" " "	200°	$(Pt-)>(Pt+)$	
gepulv. am. Radio Galena	20°	$(Pt-)>(Pt+)$	
" " " "	100°	$(Pt-)>(Pt+)$	
" " " "	200°	$(Pt-)>(Pt+)$	
" " " "	450/600°	$(Pt+)>(Pt-)$	im Vakuum erhitzt und geschabt
chem. hergest. PbS	20°	$(Pt-)=(Pt+)$	
" " "	20°	$(Pt-)>(Pt+)$	im Vakuum gepreßt
" " "	100°	$(Pt-)>(Pt+)$	
" " "	200°	$(Pt-)>(Pt+)$	
" " "	450/600°	$(Pt+)>(Pt-)$	im Vakuum erhitzt, geschabt und ungeschabt
sublimiertes PbS	20°	$(Pt+)>(Pt-)$	
" "	200°	$(Pt+)>(Pt-)$	
" "	450°	$(Pt+)=(Pt-)$	im Vakuum erhitzt, geschabt und ungeschabt
		selten $(Pt-)>(Pt+)$	
" "	600°	$(Pt+)>(Pt-)$	beim geschabten seltener

Man erkennt deutlich aus dieser Zusammenstellung gewisse Regelmäßigkeiten. Der amerikanische Galena-Kristall und das hieraus durch Pulverisieren und nachheriges Pressen hergestellte Präparat verhält sich bei Temperatursteigerung wie das chemisch gewonnene. Bei verhältnismäßig niederen Temperaturen (bis etwa 200° C) ist der Strom stets größer, wenn die *Pt*-Spitze negativ ist; erhitzt man aber bis auf 600° C, so kehrt sich der Strom um. Bei dem durch Sublimation hergestellten Präparat, das also einer hohen Temperatur ausgesetzt gewesen ist, ist der Strom $(Pt+) > (Pt-)$, also genau wie bei anderen erhitzten Präparaten.

§ 9. Besprechung der Resultate.

Im Vorhergehenden sind die Versuche unabhängig von jeder Theorie beschrieben worden; jetzt soll gesehen werden, zu welchen Regelmäßigkeiten sie führen, und welche Deutungen sie nahelegen. Die Versuche zeigen: 1. daß die Unipolarität stets stark abnimmt, wenn man einen *PbS*-Kristall pulverisiert, — chemisch hergestelltes Bleisulfidpulver zeigt sogar überhaupt keine Gleichrichterwirkung. 2. Daß beim Erhitzen der Pulver auf 100—200° C die Unipolarität stark zunimmt. Die Erklärung, die F. Trey für die letztere Tatsache gibt, Umwandlung in eine neue Modifikation, ist nicht haltbar; er stützt sich dabei auf die erste Arbeit von F. Streintz; in späteren Arbeiten (14) hat letzterer aber nachgewiesen, daß deraftige Umwandlungen nicht eintreten. Auch die Tatsache, daß beim Pressen im Vakuum bei gewöhnlicher Temperatur die Unipolarität auftritt (vgl. § 8), spricht gegen die Erklärung von F. Trey.

Je feiner man pulverisiert, desto mehr verschwindet die Unipolarität; das chemisch hergestellte *PbS*, das als amorph gilt, aber richtiger aus kleinsten Kristallsplittern bestehend aufgefaßt werden muß, zeigt sogar keine Spur von Gleichrichterwirkung, wenn es bei gewöhnlicher Temperatur gepreßt worden ist. Man könnte daher vermuten, daß die Größe des Kristalls der ausschlaggebende Faktor sei. Daß dies nicht der Fall ist, beweisen die Versuche von § 8; das chemisch hergestellte *PbS* erhält Unipolarität, wenn man die Pressung im Vakuum vornimmt. Offenbar können in diesem Falle die Kristalle nicht größer sein, als wenn man die Pressung bei Atmosphärendruck vornimmt; denn wenn auch ein Haften der einzelnen Pulverkörner aneinander beim Pressen auftritt, so kann dies doch sicherlich nicht als ein Zusammenschweißen von mehreren Kristallen zu einem größeren Kristall aufgefaßt werden, da wir viel zu weit vom Schmelzpunkt, der bei 1112° C liegt, entfernt sind, und ein Plastischwerden der Kristalle nicht beobachtet ist und sicher, wenn überhaupt, erst bei sehr hohen Temperaturen auftritt.

Aus den Versuchen von Streintz geht hervor, daß die Leitfähigkeit von gepreßten Pulvern je nach der Behandlung (Erwärmung, stärkeres wiederholtes Pressen usw.) sehr verschieden ist, was sich vielleicht daraus erklärt, daß die einzelnen Körner von einer Luft- oder Wasserschicht umgeben sind, welche die innige Berührung verhindert, so daß sie sich nur an einzelnen Stellen berühren. Durch Erwärmen werden diese adsorbierten Schichten vertrieben und tritt infolge der thermischen Bewegung der Moleküle eine viel innigere Berührung ein. Wegen der schlechten Leitfähigkeit feuchten Pulvers muß man, um überhaupt einen Strom zu erhalten, den Kontakt sehr innig machen; hierdurch leidet aber die Unipolarität, und wird evtl. sogar Nichtunipolarität vorgetäuscht. Wird die adhärierende Wasserschicht durch Erwärmen oder durch Pressen im Vakuum entfernt, so ist die Leitfähigkeit viel größer. Jetzt kann der Kontakt sehr lose gemacht werden, und infolgedessen ist auch die Unipolarität leicht festzustellen. Bei größeren Bleiglanzkristallen mit großer Leitfähigkeit, also wenigen Spalten und geringem Wassergehalt, wird somit leicht Unipolarität zu erhalten sein. Auf diese Weise erklären sich alle Versuche über den Einfluß der Erwärmung, Pressen im Vakuum usw. zwanglos.

Wie die Versuche zeigen, kehrt sich die Richtung des unipolaren Stromes beim Erhitzen auf 450/600° C um. Da *PbS* bei starkem Erhitzen sublimiert, und sich die ganze Oberfläche mit feinen Kristallen bedeckt, so liegt es nahe, die Umkehrung hiermit in Zusammenhang zu bringen. Stellt man sich auf den Boden der Theorie, welche die Unipolarität auf Austritt von Elektronen zurückführt, und berücksichtigt, daß die Elektronen leichter aus einer Spitze als aus einer Fläche austreten, so erklärt sich diese Erscheinung zwanglos. Bei der gepreßten *PbS*-Platte ist die *Pt*-Elektrode die Spitze; infolgedessen ist der Strom größer, wenn *Pt* negativ ist, wie es auch die Versuche ausnahmslos zeigen. Ist dagegen die Oberfläche, wie bei dem sublimierten *PbS* mit feinsten Kriställchen bedeckt, so bilden letztere die Spitzen — sie sind sicher feiner als die grob-mechanisch hergestellte *Pt*-Spitze. Infolgedessen werden die Elektronen leichter aus den *PbS*-Spitzen austreten, d. h. der Strom ist größer, wenn die Platinspitze positiv ist. Hiermit stehen alle Versuche im Einklang.

§ 10. Ergebnisse.

1. Die Beobachtungen von Thieme, das angeätzte oder aufgerauhte Metalle und Mischkristalle Unipolarität zeigen, konnten nicht bestätigt werden.

2. Aufrauhen der Oberfläche bei Bleiglanzkristallen beeinflußt die Unipolarität nicht.

3. Gepreßte Kristallpulver von Bleiglanz verhalten sich wie die Kristalle, aus denen sie hergestellt sind; die Richtung des bevorzugten Stromes wird nicht geändert, nur die Größe der Unipolarität ist kleiner bei den Pulvern.

4. Erhöhung der Temperatur auf 200° C ändert die Unipolarität von größeren *PbS*-Kristallen nicht wesentlich. Werden die Kristalle aber gepulvert und darauf zu einer kompakten Masse zusammengepreßt, so wächst die Unipolarität stark beim Erhitzen auf etwa 150° C.

5. Chemisch hergestelltes *PbS*-Pulver zeigt nach dem Trocknen bei niederer Temperatur und Pressen keine Unipolarität; diese tritt aber auf, wenn man die Präparate auf ungefähr 150° C erhitzt oder bei gewöhnlicher Temperatur im Vakuum entgast und darauf im Vakuum preßt.

6. Beim Erhitzen auf 600° C wird die Richtung des bevorzugten Stromes geändert. Diese Umkehr des Stromes bei hohen Temperaturen wird darauf zurückgeführt, daß sich die Oberfläche mit sublimierten Kristallen bedeckt, die durch Spitzenwirkung die Elektronen leichter aus den feinen Kristallspitzen austreten lassen.

7. Das Schlechterwerden der Unipolarität beim Pulvern wird auf adsorbierte Gas- und Feuchtigkeitsschichten zurückgeführt. Durch gelindes Erhitzen oder durch Behandlung im Vakuum werden dieselben entfernt, und damit erhöht sich die Unipolarität.

Zum Schluß ist es mir eine angenehme Pflicht, meinem hochverehrten Lehrer, Herrn Geh. Rat Prof. Dr. G. C. Schmidt, auf dessen Anregung und unter dessen Leitung die Arbeit ausgeführt wurde, für seine stete und unermüdliche Hilfe herzlichst zu danken.

Anmerkung während der Korrektur: In dieser Ztschr. **23**, 174, 1927 befindet sich eine Arbeit von A. Schleede und H. Buggisch, die sich ebenfalls mit der Detektorwirkung beim Bleisulfid (Kristalle, gefälltes und sublimiertes Präparat) beschäftigt. Meine Resultate stehen mit denen dieser Forscher nicht immer im Einklang z. B. beim sublimierten *PbS*. Versuche sind im Gange um die Verhältnisse beim Detektor weiter aufzuklären.

Literaturverzeichnis.

1) W. H. Eccles, Proc. Phys. Soc. **25**, 273, 1913.
2) Szekely de Doba, Sitzungsberichte der Akad. der Wiss. in Wien, Abt. 2a, 127, 719, 1918.
3) Ettenreich, Physik. Zeitschr. **21**, 211, 1920.
4) Szekely, l. c. S. 773.
5) O. Weigel, Dissertation, Stuttgart.
6) F. Trey, Physik. Zeitschr. **26**, 849, 1925.
7) F. Streintz und A. Wessely, Physik. Zeitschr. **21**, 42, 1920.
8) F. Trey, l. c.
9) F. Streintz, A. Wessely, l. c. S. 45; vgl. auch die dort zitierten Arbeiten von F. Streintz, besonders F. Streintz, Jahrb. d. Radioakt. u. Elektronik **10**, 221, 1913; F. Streintz, Ann. d. Phys. IV, **44**, 545, 1914.
10) Thieme, Physik. Zeitschr. **17**, 615, 1916.
11) R. H. Goddard, Phys. Rev. **34**, 423, 1912.
12) F. Trey, l. c. S. 859.
13) Szekely, l. c. S. 763.
14) F. Streintz, Jahrb. d. Radioakt. u. Elektronik **10**, 221, 1913; F. Streintz, Ann. d. Phys. IV, **44**, 55, 1914.

(Eingegangen 2. Februar 1927.)

Über das Mainsmith-Stonersche Schema des Aufbaus der Atome.

Von M. N. Saha und B. B. Ray.

Bekanntlich haben Mainsmith und Stoner das Bohrsche Schema des Aufbaus der Atome dadurch modifiziert, daß sie jedes $L_2, M_2, M_3 \cdots$ Niveau in zwei durch verschiedene innere Quantenzahlen j und $j+1$ bezeichnete Unterniveaus spalten. Z. B. für den Aufbau der Atome von *Pb* kann man nach Bohr schreiben:

Pb (82):	K_1	L_1	L_2	M_1	M_2	M_3	N_1	N_2	N_3	N_4	O_1	O_2	O_3	O_4	O_5	P_1	P_2
	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	—	—	2	2

Nach Mainsmith und Stoner dagegen:

		K_1	L_1	$\overline{L_{21}}$	$\overline{L_{22}}$	M_1	$\overline{M_{21}}$	$\overline{M_{22}}$	$\overline{M_{32}}$	$\overline{M_{33}}$	N_1	$\overline{N_{21}}$	$\overline{N_{22}}$	$\overline{N_{32}}$	$\overline{N_{33}}$	$\overline{N_{43}}$	$\overline{N_{44}}$
Pb (82)	—	2	2	2	4	2	2	4	4	6	2	2	4	4	6	6	8

O_{11}	O_{21}	O_{22}	O_{32}	O_{33}	O_4	O_5	P_2	P_{21}
2	2	4	4	6	—	—	2	2

Jedes der oberen $L_2M_2M_3$ usw. Niveaus wird in zwei Unterniveaus $\overline{L_{21}L_{22}}$, $\overline{M_{21}M_{22}}$, $\overline{M_{32}M_{33}}$ gespalten.

Nach Stoner[1]) erklärt sein Schema die Entstehung der K-, L-, M-Röntgenspektra viel besser als das Bohrsche Schema. Es erklärt die Existenz zweier verschiedener L-Absorptionskanten $L_{21}L_{22}$, zweier M_2-Absorptionskanten $M_{21}M_{22}$, zweier M_3-Absorptionskanten $M_{32}M_{33}$ usw. Nach Stoners und seiner Nachfolger Ansicht war der Ursprung der Emissions-Röntgenstrahlenspektra auch nach der alten Bohrschen Theorie schwer verständlich.

Aber nähere Betrachtungen zeigen, daß das Bohrsche Schema den Ursprung der Emissions- und Absorptions-Röntgenstrahlenspektra mindestens ebensogut erklären kann wie das Mainsmith-Stonersche, wenn man damit das Paulische Prinzip[2]) der Elektronenbahnen-Synthesis koppelt. Schreiben wir z. B. das Bohrsche Strukturdiagramm von Pb in folgender Weise um:

Strukturdiagramm (Pb).

K_1								
2								
	L_1	L_2						
	2	6						
		M_1	M_2	M_3				
		2	6	10				
			N_1	N_2	N_3	N_4		
			2	6	10	14		
				O_1	O_2	O_3	O_4	O_5
				2	6	10		
					P_1	P_2	P_3	P_4
					2	(2)		

Die Nummer unter jedem durch große Buchstaben bezeichneten Niveau bezeichnet die Gesamtzahl der Elektronen, die nötig sind, um das Niveau vollständig zu besetzen. Diese Art der Darstellung leitet uns zum klaren Verständnis des periodischen Systems, so wie auch zum Verständnis des Ursprungs der optischen Spektra. (Über Näheres siehe verschiedene noch im Druck befindlichen Mitteilungen in Phil. Mag.). Das Elektron kann nur um eine ungerade Zahl von Stufen springen. Jede horizontale oder vertikale Verschiebung des Elektrons zählt man als eine Stufe. Z. B. $L_1 \rightarrow K_1$ ist ein zweistufiger Sprung, und ist verboten. $L_2 \rightarrow K_1$ ist ein dreistufiger Sprung, und ist erlaubt. Diese Regel enthält das vollständige Auswahlprinzip, das für optische wie auch für Röntgenspektren ausnahmslos gilt, und alle sogenannten Durchbrechungen erklärt.

Die K-Serien erklärt man folgendermaßen: Ein Elektron werde durch Elektronenbombardierung von dem K_1-Niveau entfernt, also es sei nur ein Elektron in K_1. Ein Elektron wird jetzt von (L_2, $M_2 \cdots$ oder jedem durch den Index (2) bezeichneten Diagonalniveau) zu K_1 springen. Den Prozeß kann man so veranschaulichen:

$K_1\,6L_2 \rightarrow 2K_1\,5L_2$ ($L_2 \rightarrow K_1$) gibt uns $K_\alpha, K_{\alpha'}$

$K_1\,6M_2 \rightarrow 2K_1\,5M_2$ ($M_2 \rightarrow K_1$) gibt uns $K_\beta, K_{\beta'}$.

Um die zwei verschiedenen Linien $K_\alpha K_{\alpha'}$ zu erklären, ist es nicht nötig, von vornherein das L_2 in L_{21} und L_{22} zu spalten. Nach dem Paulischen Prinzip gibt:

$K_1\,6L_2$ eine $^2S_1$-Bahn,

[K_1 gibt $^2S_1$, $6L_2$ gibt $^1S_0$, die resultierende Bahn ist $^2S_1$]

$2K_1\,5L_2$ zwei $^2P_1$, $^2P_2$-Bahnen

[$2K_1$ gibt $^1S_0$, $^5L_2$ gibt $^2P_1$, $^2P_2$, Resultante $^2P_1\,^2P_2$.

Danach rühren von einem Sprung eines Elektrons von $L_2 \rightarrow K_1$ zwei Linien her:

	$^2P_1$	$^2P_2$
$^2S_1$	1 ($K_{\alpha'}$)	2 (K_α)

Das Intensitätsverhältnis folgt aus der Ornstein-Sommerfeldschen Regel.

Das Wesentliche in dieser Betrachtung ist die Tatsache, daß es ganz unnötig ist, das L_2-Niveau von vornherein als in zwei Unterniveaus gespalten anzusehen. Es gibt nur ein L_2-Niveau, das sechs Elektronen enthält. Wenn ein Elektron davon entfernt wird, werden nach dem Paulischen Reziprozitätsgesetze die zurückbleibenden fünf Elektronen entweder eine resultierende $^2P_1$- oder $^2P_2$-Bahn geben. Aber die Spaltung ist dynamisch, nicht statisch, wie von Mainsmith-Stoner angenommen wurde. In jedem normalen Atome gibt es keine von vornherein festgelegte $L_{21}L_{22}$-Unterniveaus; wenn man aber eine große Zahl von Atomen betrachtet, in deren jedem ein Elektron aus dem L_2-Ring entfernt wird, werden in einem Augenblick bei einem Drittel der Atome die $5L_2$-Elektronen im $^2P_1$-Zustand, bei zwei Dritteln aber im $^2P_2$-Zustand sein. Daher ist die Energie des Atomrests für ein Drittel $A - h\,(^2P_1)$, für zwei Drittel $A - h\,(^2P_2)$.

In derselben Weise kann man auch die Absorptionskante und den Ursprung der L-Reihe erklären. Z. B.: Nehmen wir das L-Spektrum des Wolframs, das am genauesten studiert ist.

1) Stoner, Phil. Mag. **48**, 769, 1924; Sommerfeld, Physik. Zeitschr. **26**, 70, 1925.

2) Pauli, Zeitschr. f. Phys. **31**, 765, 1925.

Die ^2S-$^2P_{1,2}$-Serie.

$$L_1\,6M_2 \to 2L_1\cdot 5M_2 = {}^2S_1 - a^2P_{1,2} = 893{,}0 - 191{,}3 = 701{,}7\ (\beta_4)$$
$$(M_2 \to L_1) \qquad\qquad - 169{,}8 = 723{,}2\ (\beta_3)$$
$$L_1\,6N_2 \to 2L_1\cdot 5N_2 = {}^2S_1 - b^2P_{1,2} = 893{,}0 - 38 = 855\ (\gamma_2)$$
$$(N_2 \to L_1) \qquad\qquad - 33{,}0 = 860\ (\gamma_4).$$

Das $(L_1 6M_2)$ und $(L_1 6N_2)$ bedeutet denselben Zustand, da nur ein Platz im L_1-Ring leer ist. $b^2P_{1,2}$, dem $(2L_1 5N_2)$-Zustand entsprechend, ist eine Art höherer Rydberg-Term zu $^2P_{1,2}$ des $2L_1$, $5M_2$-Zustands.

$$L_1\,6N_2 \to 2L_1\,5N_2 = {}^2S_1 - c^2P_{1,2} = 893 - 5 = 887{,}8\ (\gamma_4).$$

Die $^2P_{1,2}$-$^2D_{2,3}$-Serie.

$$5L_2\cdot 10M_3 \to 6L_2\cdot 9M_3 = {}^2P_{1,2} - a^2D_{2,3} = 850{,}6 - 138{,}3 = 712{,}3\ (\beta_1)\quad ({}^2P_1 - {}^2D_2)$$
$$= 752{,}1 - 138{,}3 = 613{,}8\ (\alpha_2)$$
$$= 752{,}1 - 133{,}7 = 618{,}45\ (\alpha_1).$$

Nach der Sommerfeld-Ornsteinschen Regel sind die Intensitätsverhältnisse $\beta_1 : \alpha_2 : \alpha_1 = 5 : 1 : 9$.

$$5L_2\,10N_3 \to 6L_2\,9N_3 \text{ gibt } {}^2P_1 - b^2D_2 = 850{,}6 - 18{,}8 = 831{,}8\ (\gamma_1)$$
$$N_3 \to L_2 \qquad\qquad {}^2P_2 - b^2D_3 = 752{,}1 - 18{,}4 = 733{,}7\ (\beta_2).$$

Die schwache Linie, $^2P_2 - {}^2D_2$ ist von $^1\beta_2$ untrennbar; $(O_2 \to O_2)$ gibt γ_6 und β_5.

Die $^2P_{1,2} - {}^2S_1$-Serie.

$$5L_2\,2M_1 \to 6L_2M_1 \text{ gibt } {}^2P_{1,2} - b^2S_1 = 850{,}6 - 208{,}1 = 642{,}5\ (\eta)$$
$$(L_2 \to M_1) \qquad\qquad 752{,}1 - 208{,}1 = 544{,}0\ (\iota).$$

Diese $^2S_1$ entsteht durch Entfernung eines Elektrons aus dem M_1-Ring.

$$5L_2\,2N_1 \to 6L_2N_1 \text{ gibt } ({}^2P_{1,2} - c^2S)\ 850{,}6 - 43 = 807\ (\gamma_5)$$
$$(N_1 \to L_2) \qquad\qquad 752{,}1 - 43 = 708\ (\beta_6)$$
$$5L_2\,2O_1 - 6L_2O_1 \qquad ({}^2P_{1,2} - d^2S_1)\ 850{,}6 - 5{,}7 = 844{,}5\ (\gamma_8)^1)$$
$$746{,}4\ (\beta_7).$$

Die anderen beobachteten Linien, z. B. $\beta_9\beta_{10}$ entsprechen den optischen Linien $^2S_1 - {}^2D_{2,3}$ und durchbrechen die Auswahlregel, ebenso die Dauvillierschen Linien t und s, denen die Sprünge $a^2S_1 - b^2S_1 \cdots$ entsprechen.

Wir werden jetzt zeigen, daß das Mainsmith-Stonersche Schema der Spaltung nicht nur unnötig, sondern etwas irreführend ist. Um diesen Punkt zu illustrieren, betrachten wir z. B. die optischen Spektra der Elemente von der dritten und vierten Gruppe.

Das Strukturdiagramm des Aluminiums sei:

K				
2				
	L_1	L_2		
	2	6		
		M_1	M_2	M_3
		2	1	
			N_1	N_2

Im normalen Zustand ist das strahlende Elektron in M_2, also ist die normale Bahn $^2P_1\,(M_{21})$, oder $^2P_2\,(M_{22})$. Nach der Serienanalyse ist $^2P_1 = 48\,281$, $^2P_2 = 48\,169$[2]), und es besteht kein großer Unterschied zwischen ihrem Energieinhalt. Beide Bahnen sind nach ihrem Energieinhalt gleich wahrscheinlich, nach ihrer inneren Quantenzahl ist $^2P_2$ zweimal wahrscheinlicher als $^2P_1$; also wenn man eine große Anzahl von Atomen nimmt, wird in einem gegebenen Augenblick ein Drittel von ihnen in $^2P_1$-Bahnen, zwei Drittel in $^2P_2$-Bahnen sein. Nach Mainsmith-Stoner muß man alles in $^2P_1$-Bahnen annehmen.

Fassen wir nun das Si-Spektrum ins Auge[3]). Das Si^+-Atom hat dieselbe Struktur wie Al. Wenn man durch Aufbringen eines neuen Elektrons das Si-Atom völlig aufbaut, besitzt dieses entweder die $^2P_1$- oder $^2P_2$-Bahn. Man kann nicht sagen, wie nach Mainsmith-Stoner zu erwarten sei, daß die beiden äußeren Elek-

1) Diese Zahlen wurden den Siegbahnschen „Röntgenstrahlen" entnommen.

2) Siehe Fowlers Report on Series Spectra.

3) Hund, Zeitschr. f. Phys. **33**. 345, 1925; **34**. 296, 1925.

tronen ein mit L_{21} bezeichnetes Unterniveau füllen müssen, also die $^2P_1$-Bahn besäßen. Wenn das geschieht, muß die resultierende Bahn $^3P_0$ sein, aber nach der Serienanalyse sind neben $^3P_0$ auch tiefliegende $^3P_1$, $^3P_2$, $^1\overline{D}_2$, $^1\overline{S}_0$-Bahnen bekannt, und $^3P_1$, $^3P_2$ haben ungefähr denselben Energieinhalt wie $^3P_0$. Die Existenz dieser Terme kann man erklären, wenn man annimmt, daß abgesehen von ihren inneren Quantenzahlen die Wahrscheinlichkeit für das Bleiben beider äußerer Elektronen in $^2P_1$ oder $^2P_2$ dieselbe ist; man kann leicht zeigen:

$^2P_1\,^2P_1$ (Beide Elektronen in $^2P_1$-Bahn) gibt resultierende Bahnen mit $j = 0, 1$,

$^2P_1\,^2P_2$ (eins in $^2P_1$, das andere in $^2P_2$) gibt Bahnen mit $j = 1, 2$,

$^2P_2\,^2P_1$ gibt Bahnen mit $j = 1, 2$,

$^2P_2\,^2P_2$ gibt Bahnen mit $j = 0, 1, 2, 3$.

Einige dieser Bahnen sind nach dem Paulischen Prinzip verboten, man erhält nur:

$$^3P_0,\ ^3P_1,\ ^3P_2,\ ^1\overline{D}_2,\ ^1\overline{S}_0.$$

Wesentlich zu beachten ist, daß beide Elektronen nach Wahrscheinlichkeitsgesetzen in $^2P_1$, $^2P_2$-Zustände verteilt sind. Es gibt keine festen Unterniveaus L_{21} mit zwei Elektronen.

Für die Erklärung der tiefliegenden (normalen) Terme anderer Elemente, besonders der ersten großen Periode braucht man nicht eine feste Spaltung der äußeren M_3 in zwei durch M_{32}, M_{33} bezeichnete Unterniveaus anzunehmen. Schreiben wir zur Illustration das Strukturdiagramm verschiedener Elemente der ersten großen Periode:

$$\begin{array}{ccccc} K_1 & & & & \\ 2 & & & & \\ & L_1 & L_2 & & \\ & 2 & 6 & & \\ & & M_1 & M_2 & M_3 \\ & & 2 & 6 & x \\ & & & N_1 & N_2 \quad N_3 \\ & & & y & \end{array}$$

$y = 1$. oder 2,
$x = 1$, bis 10.

Elemente	Kombination, die tiefliegende Terme gibt	Tiefliegende Terme
21 *Sc*	$M_3,\ 2N_1$ . . .	^2D
22 *Ti*	$2M_3,\ 2N_1$ . . .	^3F
23 *V*	$3M_3,\ 2N_1$ . . .	^4F
24 *Cr*	$4M_3,\ 2N_1$ . . .	^5D
	$5M_3,\ N_1$ . . .	^7S
25 *Mn*	$5M_3,\ 2N_1$ . . .	^6S
	$6M_3,\ N_1$ . . .	^8D
26 *Fe*	$6M_3,\ 2N_1$ . . .	^5D
	$7M_3,\ N_1$ . . .	$^5\overline{F}$, $^3\overline{F}$
27 *Co*	$7M_3,\ 2N_1$ . . .	^4F
	$8M_3,\ N_1$ . . .	^4F
28 *Ni*	$8M_3,\ 2N_1$ . . .	^3F, ^3P, $\overline{G}$(?), ^1P, $^1\overline{S}_0$
	$9M_3,\ N_1$ . . .	$^3\overline{D}$, ^1D
29 *Cu*	$10M_3,\ N_1$ . . .	$^2S_1$
	$9M_3,\ 2N_1$ . . .	$^2D_{2,3}$

Also die Verteilung der M_3-Elektronen erst in ein vollbesetztes M_{32}-Unterniveau, und dann des Restes in M_{33} ist ganz willkürlich. Nach der erfolgreichen Hundschen Theorie gewinnt man die optisch beobachteten tiefliegenden Terme, wenn man jedem M_3-Elektron die $^2D_{2,3}$-Bahn zuschreibt, und nach dem Paulischen Gesetz diese kombiniert. Es ist keine Rede von Spaltung: Einige Elektronen in M_{32}, der Rest in M_{33}.

Zur Erklärung der Funkenlinien in Röntgenspektren eröffnet diese Gedankenreihe einen neuen Weg. Bekanntlich hat Wentzel[1]) versucht, die K-Funkenspektra von *Al* und *Mg* durch gleichzeitiges Entfernen zweier Elektronen aus dem K_1-Ring zu erklären, aber mit geringem Erfolg. Nehmen wir an, daß die Elektronenbombardierung so geschieht, daß ein Elektron aus K_1, ein anderes aus L_1 gleichzeitig entfernt werden. Man erhält dann diese Elektronengruppierung:

$K_1\,5L_2$ als Anfangszustand, also $^3P_{0,1,2}$, $^1P_1$-Bahnen (K_1 gibt $^2S_1$, $5L_2$ gibt $^2P_{1,2}$, die resultierende Bahn ist $^3P_{0,1,2}\,^1P_1$).

Nun lassen wir ein Elektron aus dem L_2-Ring zu K_1 springen. Man erhält die Elektronengruppierung:

$2K_1\,4L_2$ als Endzustand, also $^3\overline{P}_{0,1,2}$, $^1D_2$, $^1S_0$-Bahnen.

Der Übergang:

$$K_1\,5L_2 \rightarrow 2K_1\,4L_2$$
$$(L_2 \rightarrow K_1).$$

ist erlaubt. Daher kann man die zwei Reihen von Triplett-p-Termen miteinander kombinieren, und wenn die eine Reihe als normal betrachtet wird, muß die andere Reihe gestrichen werden. Man kann jetzt die folgenden Linien erwarten:

	$^3\overline{P}_0$	$^3\overline{P}_1$	$^3\overline{P}_2$	$^1D_2$	$^1S_0$
$^3P_0$		9			
$^3P_1$	9	$18-u$	u	(15)	(3)
$^3P_2$		u	$45-u$	(25)	
$^1P_1$	(3)	(9)	(15)	(15)	(3)

1) Wentzel, Zeitschr. f. Phys. **31**. 445, 1925.

Die Entstehungsweise ist ganz analog der Entstehungsweise der $P\overline{P}$-Multipletten in Spektren von *Al, Zn, Cd, Si*+[1]). Die Zahlen bedeuten die erwartete Intensität nach der Ornstein-Sommerfeldschen Regel. Es gibt auch andere Möglichkeiten, aber die letztere scheint die wahrscheinlichste zu sein. Die mit ‚*u*' bezeichneten Linien sind immer die schwächsten, und die unter und neben dem Triplettschema liegenden Linien werden erfahrungsgemäß auch sehr schwach sein.

Bei diesem Prozeß handelt es sich um die gleichzeitige Entfernung eines Elektrons aus K_1, und des zweiten aus L_2. Die Anregungsenergie kann daher die der K-Reihen nicht weit überschreiten, also ungefähr $K_1 + xL_2$, K_1 = Anregungsenergie für das K-Spektrum, x eine von 1 nicht weit entfernte Zahl, L_2 dieselbe für das L_2-Spektrum. Die Anregungsenergie für das Entfernen zweier Elektronen aus L_2 ist auch für schwere Elemente etwa zweimal größer als L_2, für leichte Elemente kann sie L_2 drei- oder viermal überschreiten.

Für schwere Elemente können daher die Funkenlinien nur mit Schwierigkeit von K-Linien getrennt werden, also als Satelliten zu K-Linien erscheinen, für leichte Elemente dagegen ist die Trennung beobachtbar. Es ist auch nicht nötig, für die verschiedenen Linien weit entfernte Anregungsenergie anzunehmen. Sie gehören zu derselben Multiplettgruppe, und mit zunehmender Stromdichte werden sie immer intensiver. Die Anschauung stimmt mit den Ergebnissen der wichtigsten Versuche von Bäcklin und Larson[2]) über die Anregungsspannung von Funkenlinien, so wie auch mit dem Ergebnis, daß die Intensitätsverhältnisse zwischen Funkenlinien immer dieselben sind.

1) Siehe Saha und Kichlu, Über die anomalen Terme in Erdalkalispektren; wird in Phil. Mag. erscheinen.
2) Bäcklin u. Larson. — Siegbahn, Röntgenstrahlen.

Allahabad und Kalkutta (Indien).

(Eingegangen 13. Dezember 1926.)

Reduktion der Trägheitsmomente materieller Systeme auf vier gleiche Punktmassen.

Von Dr. Rehfeld, Witten-Ruhr.

Im 10. Bande der Zeitschrift für Mathematik und Physik 1865 hat Reye mit Hilfe der Prinzipien der Graßmannschen Ausdehnungslehre ganz allgemein bewiesen, daß jedes materielle System bezüglich seines Trägheitsmomentes auf unendlich viele Arten durch 4 Massenpunkte von gleicher Masse ersetzt werden kann. Routh hat in seiner Dynamik der Systeme starrer Körper, Leipzig 1898, für den speziellen Fall, daß das einem Massensystem hinsichtlich seines Trägheitsmomentes für jede Schwerpunktsachse äquivalente Ellipsoid eine Kugel ist, die Reduktion auf 4 gleiche Massenpunkte gezeigt und dieses Resultat vermittelst der affinen Transformation auf das Ellipsoid übertragen.

Durch die folgenden Betrachtungen soll, mit Vermeidung des Umweges über die Kugel, gezeigt werden, wie mit Hilfe der Zentralellipsoide und konzentrisch ähnlicher und ähnlich liegender Ellipsoide die Zurückführung der Trägheitsmomente materieller Systeme auf 4 gleiche Massenpunkte gewonnen werden kann.

I.

Bei der Untersuchung über die Bewegung eines festen Körpers spielen gewisse Integrale, die sich auf den ganzen Körper beziehen, eine große Rolle. Die quadratischen Momente eines Massensystems für eine Achse, Ebene oder einen Punkt, welche gewonnen werden, wenn man die Masse jedes Massenpunktes mit dem Quadrat seiner Entfernung von der Geraden, der Ebene oder dem Punkte multipliziert und alle diese Produkte addiert, werden als Trägheitsmomente (T. M.) bezeichnet und zwar als achsiale, planare oder polare, je nachdem sich die Abstände auf eine Gerade, eine Ebene oder einen Punkt beziehen. Legt man durch ein Massensystem ein dreiachsiges rechtwinkliges Koordinatensystem xyz, und nimmt man die z-Achse als Drehachse an, so wird durch $\int(x^2+y^2)\,dm$, worin dm die Masse des Elementes bezeichnet, dessen Koordinaten xyz sind und das Integral sich auf die ganze Masse des Systems erstreckt, als achsiale T. M. des Systems bezogen auf die z-Achse dargestellt. Die achsialen T. M. für die y- und x-Achse sind entsprechend:

$$\int(z^2+x^2)\,dm,\ \int(z^2+y^2)\,dm.$$

Legt man aber durch den zu untersuchenden Körper die yz-Ebene und bestimmt für diese Ebene $\int x^2 dm$, so spricht man von dem planaren T. M. des Körpers für diese Ebene. Entsprechend werden die planaren T. M. in bezug auf die xz- und xy-Ebene bestimmt durch $\int y^2 dm$, $\int z^2 dm$. Das polare T. M. eines Punktes $P(xyz)$ wird durch $\int(x^2+y^2+z^2)\,dm = \int r^2\,dm$ angegeben.

Der Ausdruck T. M. ist zuerst von Euler gebraucht worden.

Die Strecke ϱ, deren Quadrat dem durch die Gesamtmasse des Körpers dividierten absoluten Werte des T. M. gleich kommt, wird Trägheitsradius oder Trägheitsarm genannt. Man

spricht den verschiedenen T. M. entsprechend von achsialen, planaren und polaren Trägheitsradien: $\varrho^2 = \frac{T}{M}$.

Trägt man auf jede Schwerpunktsachse h eines materiellen Systems von diesem Punkte S aus nach beiden Seiten Strecken SN ab, die dem Trägheitsradius ϱ des zu h gehörenden achsialen T. M. umgekehrt gleich sind, so bildet die Gesamtheit der Endpunkte N, weil die T. M. sich von Achse zu Achse im allgemeinen ändern, endlich und positiv sind, eine geschlossene Fläche 2. Grades mit dem Mittelpunkte S, welche nach Poinsot Zentralellipsoid genannt wird:

$$\overline{SN}^2 = \frac{1}{\varrho^2} = \frac{M}{T}.$$

Wird diese Fläche auf ein Achsensystem bezogen, welches mit den Hauptachsen der Trägheit zusammenfällt, so wird das Poinsotsche Zentralellipsoid des gegebenen Massensystems durch:

$$\int [(y^2 + z^2)\, dm]\, x^2 + \int [(z^2 + x^2)\, dm]\, y^2 + \int [(x^2 + y^2)\, dm]\, z^2 = M$$

oder

$$A x^2 + B y^2 + C z^2 = M$$

gegeben sein.

Culmann benutzt bei der Konstruktion seines Zentralellipsoides planare T. M. Er gewinnt sein Ellipsoid in folgender Weise: Zieht man zu jeder Ebene E durch den Schwerpunkt eines Massensystems die beiden parallelen Ebenen E_1 und E_2 im Abstande des planaren Trägheitsradius für die Ebene E, so umhüllen diese Ebenen das Culmannsche Zentralellipsoid. Seine Gleichung lautet:

$$\frac{x^2}{\int x^2 dm} + \frac{y^2}{\int y^2 dm} + \frac{z^2}{\int z^2 dm} = \frac{1}{M}.$$

II.

Sind die T. M. eines Systems für die 3 Hauptachsen der Trägheit bekannt, so läßt sich mit ihrer Hilfe das Trägheitsmoment für jede Schwerpunktsachse bestimmen.

Schneidet das auf die Hauptträgheitsachsen bezogene Poinsotsche Zentralellipsoid

$$A x^2 + B y^2 + C z^2 = M$$

die Schwerpunktsachse h im Punkte N, so ist nach der Entstehung dieses Ellipsoides:

$$\overline{SN}^2 = \frac{1}{\frac{T}{M}} = \frac{M}{T}.$$

Hat nun N die Koordinaten $x\,y\,z$ und bildet h mit den Koordinatenachsen die Winkel α, β, γ, so ist:

$$x = SN\cos\alpha,\quad y = SN\cos\beta,\quad z = SN\cos\gamma;$$

$$x^2 = \frac{M\cos^2\alpha}{T},\quad y^2 = \frac{M\cos^2\beta}{T},\quad z^2 = \frac{M\cos^2\gamma}{T}.$$

Werden diese Werte in die Gleichung des Ellipsoides eingesetzt, so kommt:

$$T = A\cos^2\alpha + B\cos^2\beta + C\cos^2\gamma.$$

Der Wert ist also nur von den Stellungswinkeln der Geraden SN abhängig.

III.

Wir wollen nun die Werte für die Hauptträgheitsachsen und Hauptträgheitsebenen für ein Ellipsoid mit den Halbachsen a, b, c und der Masse M aufstellen. Um die achsialen und planaren T. M. der Fläche

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

zu finden, das auf ein Koordinatensystem bezogen ist, welches mit den Hauptachsen zusammenfällt, legen wir im Abstande x vom Koordinatenanfang eine senkrechte Ebene zur x-Achse, welche das Ellipsoid in der Ellipse

$$\frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = \frac{a^2 - x^2}{a^2}$$

schneidet, deren Achsen aus:

$$\frac{y^2}{b^2\frac{a^2 - x^2}{a^2}} + \frac{z^2}{c^2\frac{a^2 - x^2}{a^2}} = 1$$

als $\frac{b}{a}\sqrt{a^2 - x^2}$ und $\frac{c}{a}\sqrt{a^2 - x^2}$ hervorgehen.

Der Inhalt dieser Ellipse ist $\frac{bc}{a^2}(a^2 - x^2)\pi$.

Nimmt man nun diese Ellipse als Grundfläche und dx als Höhe, so ist ein Raumelement des Ellipsoides $dm = \frac{bc}{a^2}(a^2 - x^2)\pi\, dx$ und

$$\int x^2 dm = \frac{bc}{a^2}\pi\int (a^2x^2 - x^4)\, dx = \frac{bc}{a^2}\pi\left(\frac{a^2x^3}{3} - \frac{x^5}{5}\right).$$

Wird dieses Integral zwischen den Grenzen $(+a)$ und $(-a)$ genommen, so kommt:

$$\int_{-a}^{+a} x^2 dm = \frac{2\pi bc}{a^2}\cdot\frac{2}{15}a^5 = \frac{4}{5}abc\pi\frac{a^2}{5} = M\frac{a^2}{5}.$$

Entsprechend werden gefunden:

$$\int_{-b}^{+b} y^2\,dm = M\frac{b^2}{5}, \quad \int_{-c}^{+c} z^2\,dm = M\frac{c^2}{5},$$

$$\int (y^2+z^2)\,dm = \frac{M}{5}(b^2+c^2),$$

$$\int (z^2+x^2)\,dm = \frac{M}{5}(c^2+a^2),$$

$$\int (x^2+y^2)\,dm = \frac{M}{5}(a^2+b^2).$$

$$\int r^2\,dm = \int (x^2+y^2+z^2)\,dm = \frac{M}{5}(a^2+b^2+c^2).$$

Das Poinsotsche Zentralellipsoid des Ellipsoides mit den Halbachsen a, b, c und der Masse M heißt deshalb:

$$\frac{b^2+c^2}{5}x^2 + \frac{c^2+a^2}{5}y^2 + \frac{a^2+b^2}{5}z^2 = 1.$$

$$(b^2+c^2)x^2 + (c^2+a^2)y^2 + (a^2+b^2)z^2 = 5.$$

Das Culmannsche Zentralellipsoid derselben Fläche hat die Gleichung:

$$\frac{x^2}{a^2/5} + \frac{y^2}{b^2/5} + \frac{z^2}{c^2/5} = 1,$$

$$C = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} - \frac{1}{5} = 0.$$

IV.

Es soll nun die Frage geprüft werden, ob für ein beliebiges materielles System ein Ersatzellipsoid möglich ist, welches bei gleicher Masse und zusammenfallendem Schwerpunkt mit dem System für alle Schwerpunktsachsen und -ebenen dieselben T. M. hat, wie sie dem System zukommen. Soll ein solches Ellipsoid existieren, so müssen die Hauptträgheitsachsen des Systems mit den Hauptachsen des Ellipsoides zusammenfallen und die Zentralellipsoide des Systems und des Körpers identisch sein.

Das Culmannsche Zentralellipsoid für das System hat nach I die Gleichung:

$$C = \frac{x^2}{\int x^2\,dm} + \frac{y^2}{\int y^2\,dm} + \frac{z^2}{\int z^2\,dm} - \frac{1}{M} = 0.$$

Heißen r, s, t die halben Hauptachsen des gesuchten Ersatzellipsoides, so müssen für gleiche Hauptträgheitsebenen die planaren T. M. für das System und das Ersatzellipsoid gleich sein, weshalb die Relationen bestehen:

$$\int x^2\,dm = \frac{M}{5}r^2, \quad \int y^2\,dm = \frac{M}{5}s^2,$$

$$\int z^2\,dm = \frac{M}{5}t^2,$$

woraus folgt:

$$r^2 = \frac{5}{M}\int x^2\,dm, \quad s^2 = \frac{5}{M}\int y^2\,dm,$$

$$t^2 = \frac{5}{M}\int z^2\,dm,$$

weshalb das dem System äquivalente Ellipsoid die Gleichung hat:

$$\frac{x^2}{\frac{5}{M}\int x^2\,dm} + \frac{y^2}{\frac{5}{M}\int y^2\,dm} + \frac{z^2}{\frac{5}{M}\int z^2\,dm} = 1$$

oder

$$\frac{x^2}{\int x^2\,dm} + \frac{y^2}{\int y^2\,dm} + \frac{z^2}{\int z^2\,dm} = \frac{5}{M}.$$

Dieses Ellipsoid, das mit dem gegebenen System gleichen Momentes ist, wird das Legendresche genannt, es ist dem Culmannschen Zentralellipsoid ähnlich und ähnlich liegend, die linearen Dimensionen der Ellipsoide stehen in dem Verhältnis $\sqrt{5}:1$.

Da die planaren T. M. für die Ebenen durch die Hauptadern dieses Legrendreschen Ellipsoides die Werte:

$$\frac{M}{5}\cdot\frac{5}{M}\int x^2\,dm = \int x^2\,dm, \int y^2\,dm, \int z^2\,dm$$

haben, hat das Culmannsche Zentralellipsoid dieses Ellipsoides die Gleichung:

$$\frac{x^2}{\int x^2\,dm} + \frac{y^2}{\int y^2\,dm} + \frac{z^2}{\int z^2\,dm} - \frac{1}{M} = 0,$$

d. h. es ist identisch mit dem Culmannschen Zentralellipsoid des Systems, was ja für die Äquivalenz als notwendig erachtet wurde. Daß auch die Poinsotschen Zentralellipsoide des Systems und des Ersatzellipsoids identisch sind, soll hier nur angemerkt werden, womit nach II die achsialen T. M. für alle Schwerpunktsachsen jeweilig gleich werden.

V.

Soll das T. M. des gegebenen Systems, welches mit dem Ellipsoid $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ gleiches Moment besitzt, für die Hauptachsen durch 4 gleiche Punktmassen ersetzt werden können und die Werte:

$$\frac{M}{5}(b^2+c^2), \quad \frac{M}{5}(c^2+a^2), \quad \frac{M}{5}(a^2+b^2)$$

haben, so müßte:

$$T_x = \frac{M}{4} \cdot 4 \cdot \left[(b\sqrt{\tfrac{1}{5}})^2 + (c\sqrt{\tfrac{1}{5}})^2 \right],$$

$$T_y = M\left[(c\sqrt{\tfrac{1}{5}})^2 + (a\sqrt{\tfrac{1}{5}})^2 \right],$$

$$T_z = M\left[(a\sqrt{\tfrac{1}{5}})^2 + (b\sqrt{\tfrac{1}{5}})^2 \right]$$

sein. Nun können in dem rechtwinkligen Koordinatensystem der Hauptachsen des Ellipsoides (abc) 8 Ecken eines Rechteckes mit den Koordinaten $+a\sqrt{\frac{1}{5}}, \pm b\sqrt{\frac{1}{5}}, \pm c\sqrt{\frac{1}{5}}$ in den 8 Oktanten der Hauptachsen zu je 4 so ausgewählt werden, daß sie Endpunkte von sich kreuzenden Diagonalen in 2 parallelen Begrenzungsflächen des Rechteckes sind, also Tetraeder bilden, deren Schwerpunkte mit dem des Rechteckes und des Ellipsoides zusammenfallen.

Werden die Ecken dieser beiden Tetraeder mit je $\frac{M}{4}$, einem Viertel der Masse des Systems belastet, so werden die obigen Werte erreicht:

$$T_x = \frac{M}{4} \cdot 4\left[(b\sqrt{\tfrac{1}{5}})^2 + (c\sqrt{\tfrac{1}{5}})^2 \right] = \frac{M}{5}(b^2 + c^2),$$

$$T_y = \frac{M}{5}(c^2 + a^2),\quad T_z = \frac{M}{5}(a^2 + b^2).$$

Die 8 Ecken des Rechteckes erfüllen mit ihren Koordinaten die Gleichung des Ellipsoides:

$$U = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} - \frac{3}{5} = 0,$$

welche für sie zu der Identität:

$$\tfrac{1}{5} + \tfrac{1}{5} + \tfrac{1}{5} - \tfrac{3}{5} = 0$$

wird.

Diese Fläche $U = 0$ ist dem Culmannschen Zentralellipsoid $C = 0$ konzentrisch, ähnlich und ähnlich liegend, die linearen Dimensionen der Flächen stehen aber im Verhältnis $\sqrt{3} : 1$. Es leuchtet ein, daß der Rechtecker auch durch Tangentialebenen in den Endpunkten der Hauptdurchmesser des Culmannschen Zentralellipsoides $C = 0$, welches die Halbachsen

$$a\sqrt{\tfrac{1}{5}},\ b\sqrt{\tfrac{1}{5}},\ c\sqrt{\tfrac{1}{5}}$$

hat, gewonnen werden kann. Die Kanten der Tetraeder, als Diagonalen in den Begrenzungsflächen des Rechteckers liegend, sind Tangenten von $C = 0$.

Der Inhalt des Rechteckers ist, weil seine Begrenzungsflächen Tangentialebenen durch die 6 Scheitel von $C = 0$ sind, ein Maximum. Das Inhaltsverhältnis des Ellipsoides zum Rechtecker ist:

$$\tfrac{4}{3} a\sqrt{\tfrac{1}{5}} \cdot b\sqrt{\tfrac{1}{5}} \cdot c\sqrt{\tfrac{1}{5}}\,\pi : 8a\sqrt{\tfrac{1}{5}} \cdot b\sqrt{\tfrac{1}{5}} \cdot c\sqrt{\tfrac{1}{5}} = \pi : 6,$$

welches dem Verhältnis der Kugel zu dem größten unbeschriebenen Rechtecker, das ist dem Würfel, entspricht.

Das Verhältnis der Inhalte des Rechteckers und des Ellipsoides $U = 0$ ist

$$8a\sqrt{\tfrac{1}{5}} \cdot b\sqrt{\tfrac{1}{5}} \cdot c\sqrt{\tfrac{1}{5}} : \tfrac{4}{3} a\sqrt{\tfrac{3}{5}} \cdot b\sqrt{\tfrac{3}{5}} \cdot c\sqrt{\tfrac{3}{5}}\,\pi = 2 : \sqrt{3}\,\pi,$$

welches dem Inhaltsverhältnis des einer Kugel einbeschriebenen größten Rechteckers (Würfel) und der Kugel gleichkommt.

VI.

Wir wollen uns jetzt die Frage vorlegen, ob es neben den 2 speziellen Tetraedern, die mit ihren Kanten $C = 0$ um- und mit ihren Ecken $U = 0$ einbeschrieben sind, auch noch andere gibt, für deren Eckpunkte die Äquivalenz mit dem Ellipsoid (abc) und damit mit dem gegebenen materiellen System für Schwerpunktsachsen erwiesen werden kann.

Sind $\varrho\sqrt{\frac{1}{5}}$, $\sigma\sqrt{\frac{1}{5}}$, $\tau\sqrt{\frac{1}{5}}$ Projektionen von irgendwelchem Tripel konjugierter Halbachsen $r\sqrt{\frac{1}{5}}$, $s\sqrt{\frac{1}{5}}$, $t\sqrt{\frac{1}{5}}$ des Culmannschen Ellipsoides $C = 0$, so ist nach Salmon Fiedler, 3. Aufl., Art. 99 die Summe der Quadrate der Projektionen von irgend 3 konjugierten Durchmessern auf eine beliebige Ebene konstant. Es hat also $\frac{\varrho^2 + \sigma^2 + \tau^2}{5}$ für beliebige Tripel konjugierter Durchmesser für dieselbe Projektionsebene bzw. Drehachse konstanten Wert. Mit der Drehachse wechselt diese Größe und nimmt beispielsweise für die z-Achse oder für die xy-Ebene als Projektionsebene den speziellen Wert $\frac{a^2 + b^2}{5}$ an. Für eine beliebige Schwerpunktsachse h wird deshalb das T. M. des Systems den Wert $T = \frac{M}{5}(\varrho^2 + \sigma^2 + \tau^2)$[1] haben, wenn $\frac{\varrho^2 + \sigma^2 + \tau^2}{5}$ die Summe der Quadrate der Projektionen von 3 konjugierten Halbdurchmessern des Ellipsoides $C = 0$ auf eine zu h senkrechte Ebene ist.

Wird nun der Fläche $C = 0$ durch Tangentialebenen durch die Endpunkte konjugierter Durch-

1) Ein direkter Beweis dieses Satzes findet sich im Arch. d. Math. u. Phys., 2. Reihe, T. XVI, S. 66.

messer ein Parallelepiped umbeschrieben, so hat dieses nach Salmon Fiedler, Art. 96 mit dem obigen Rechtecker den gleichen größten Inhalt $\frac{8}{5}\sqrt{\frac{1}{5}}\,abc$ und seine 8 Ecken

$$+r\sqrt{\tfrac{1}{5}},\ \pm s\sqrt{\tfrac{1}{5}},\ \pm t\sqrt{\tfrac{1}{5}}$$

liegen auf der auf konjugierte Durchmesser bezogenen Fläche

$$U=\frac{x^2}{r^2}+\frac{y^2}{s^2}+\frac{z^2}{t^2}-\frac{3}{5}=0,$$

welche durch die Eckkoordinaten zu der Identität $\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{3}{5}=0$ wird. Diesem Parallelepiped können genau wie dem Rechtecker 2 Tetraeder einbeschrieben werden, deren Kanten Diagonalen der Begrenzungsflächen des Parallelepipeds sind.

Wie die mit Hilfe von irgendwelchen konjugierten Durchmessern der Fläche $C=0$ gefundenen Parallelepipede, wie auch des Rechteckers, Körper gleichen und größten Inhaltes sind, die der Fläche $C=0$ um-, der Fläche $U=0$ einbeschrieben sind, so gehören auch die Tetraeder, deren Inhalte dem dritten Teile des Volumens der Parallelepipede gleichkommen, zu den an Volumen gleichen und größten Tetraedern, die mit ihren Kanten als Tangenten dem Culmannschen Zentralellipsoid $C=0$ um- und dem 2. Ellipsoide $U=0$ mit ihren Ecken einbeschrieben sind.

Die Tetraeder können auch dadurch gewonnen werden, daß das der Fläche $C=0$ einbeschriebene Oktaeder, dessen Ecken mit den Endpunkten der konjugierten Durchmesser zusammenfallen, in den abwechselnden Flächen erweitert wird. Die Kanten der entstehenden Tetraeder sind Tangenten der Fläche $C=0$.

VII.

Wir wollen nun zeigen, daß in jedem Tripel konjugierter Durchmesser der Fläche $C=0$ für die 6 Ecken des einbeschriebenen Oktaeders und die 4 Ecken der mit seinen Kanten $C=0$ umgelegten Tetraeder die Summe der Quadrate der Abstände von der Drehachse h feste Werte vorliegen.

In dem Parallelepiped mögen in der oberen Begrenzungsfläche die Ecken A und B, in der unteren die Ecken C und D des Tetraeders liegen. Die Mitten der Kanten AB und CD mögen heißen E und F, die der Kanten AD und BC: G und H, die der Kanten AC und BD: I und K. Dann sind $EFGHIK$ die Ecken des Oktaeders. S sei der zusammenfallende Schwerpunkt der 3 Körper und der Ellipsoide $C=0$, $U=0$.

Werden nun alle Körper auf eine zu h senkrechtstehende Ebene projiziert, und die Projektionen mit kleinen Buchstaben bezeichnet, so geben as, bs, cs, ds die Abstände der Ecken des Tetraeders von der Schwerpunktsachse h, es, fs, gs, hs, is, ks die Abstände der Oktaederecken von dieser Achse an. Sei $\Sigma\overline{as}^2$ die Summe der Quadrate der Abstände der 4 Tetraederecken von der Drehachse, $\Sigma\overline{es}^2$ entsprechend die Summe der Quadrate der Abstände der Oktaederecken von dieser Achse. Sind $\varrho\sqrt{\frac{1}{5}}$, $\sigma\sqrt{\frac{1}{5}}$, $\tau\sqrt{\frac{1}{5}}$ die Längen der projizierten konjugierten Halbachsen der Fläche $C=0$ und zu gleicher Zeit die Projektionen der halben Kanten des Parallelepipeds, so ist:

$$\Sigma\overline{es}^2=\frac{2(\varrho^2+\sigma^2+\tau^2)}{5}$$

und

$$\Sigma\overline{as}^2=ae^2+be^2+2es^2+cf^2+df^2+2fs^2=$$
$$=ae^2+be^2+cf^2+df^2+2(es^2+fs^2).$$

Nun ist in der Projektion die Diagonale cd der unteren Begrenzungsfläche des Parallelepipeds der zu ab gehörenden Diagonale c_1d_1 der oberen Begrenzungsfläche gleich und weil in einem Parallelogramm die Summe der Quadrate der Diagonalen $(ab^2+c_1d_1^2)$ gleich der Summe der Quadrate seiner Seiten ist, die selbst wieder die Längen gh und ik haben, so wird:

$$\Sigma\overline{as}^2=\frac{ab^2+c_1d_1^2}{2}+ef^2=gh^2+ik^2+ef^2=$$
$$=\frac{4}{5}(\varrho^2+\sigma^2+\tau^2).$$

VIII.

Wird nun jede Ecke der Tetraeder mit $^1/_4$ der Masse des vorliegenden Systems belastet, so können diese 4 Punkte das gegebene System bei der Bestimmung des T. M. für die Schwerpunktsachse h vertreten:

$$T=\frac{M}{4}\Sigma\overline{as}^2=\frac{M}{4}\cdot 4\,\frac{\varrho^2+\sigma^2+\tau^2}{5}=$$
$$=\frac{M}{5}(\varrho^2+\sigma^2+\tau^2).$$

Jedes Tripel konjugierter Durchmesser der Fläche $C=0$ liefert 2 für die Reduktion brauchbare Tetraeder.

Wir gewinnen das Ergebnis: Das T. M. eines gegebenen Systems kann für jede Schwerpunktsachse auf unendlich viele Arten durch das T. M. von 4 gleichen Punktmassen, die in den Ecken inhaltsgleicher, größter Tetraeder liegen, ersetzt werden, die der Culmannschen Fläche $C=0$ so umgelegt sind, daß ihre Kanten Tangenten dieser Fläche sind. Die Ecken der Tetraeder liegen auf einem dem Culmannschen Zentral-

ellipsoid $C = 0$ konzentrisch, ähnlich und ähnlich liegenden Ellipsoide $U = 0$, dessen lineare Dimensionen $\sqrt{3}$ mal so groß sind. Die Tetraeder können auch aus dem der Culmannschen Fläche $C = 0$ einbeschriebenen Oktaeder, deren Achsen mit 3 konjugierten Durchmessern dieser Fläche zusammenfallen, durch Erweiterung der abwechselnden Flächen gewonnen werden.

IX.

Die in dem Punkte $a\sqrt{\frac{1}{5}}$, $b\sqrt{\frac{1}{5}}$, $c\sqrt{\frac{1}{5}}$ an

$$U = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} - \frac{3}{5} = 0$$

gelegte Tangentialebene hat die Gleichung:

$$\frac{x\,a\sqrt{\frac{1}{5}}}{a^2} + \frac{y\,b\sqrt{\frac{1}{5}}}{b^2} + \frac{z\,c\sqrt{\frac{1}{5}}}{c^2} - \frac{3}{5} = 0$$

oder

$$\frac{x}{3a\sqrt{\frac{1}{5}}} + \frac{y}{3b\sqrt{\frac{1}{5}}} + \frac{c}{3c\sqrt{\frac{1}{5}}} = 1,$$

sie schneidet also von den Koordinatenachsen Stücke ab, die 3 mal so groß als die Halbachsen des Ellipsoides $C = 0$ oder als die Koordinaten des Berührungspunktes der Tangentialebene, weshalb auch dieser Schwerpunkt des Dreiecks ist, dessen Ecken in den Endpunkten der von der Berührungsebene auf den Koordinatenachsen abgeschnittenen Stücke liegen. Es muß deshalb das schließende Dreieck durch die Endpunkte der Halbachsen $a\sqrt{\frac{1}{5}}$, $b\sqrt{\frac{1}{5}}$, $c\sqrt{\frac{1}{5}}$ der Culmannschen Fläche $C = 0$, dessen Schwerpunkt die Koordinaten $\frac{a}{3}\sqrt{\frac{1}{5}}$, $\frac{b}{3}\sqrt{\frac{1}{5}}$, $\frac{c}{3}\sqrt{\frac{1}{5}}$ hat, in diesem Punkte ein mit $U = 0$ konzentrisch, ähnlich und ähnlich liegendes Ellipsoid berühren, dessen lineare Dimensionen auch 3 mal kleiner sind als die von $U = 0$, mithin die Gleichung:

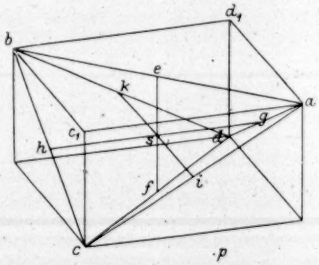
$$E = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} - \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{9} =$$
$$= \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} - \frac{1}{15} = 0$$

haben muß.

Die für die Reduktion des T. M. des gegebenen Systems in Frage kommenden Tetraeder können deshalb auch dem Ellipsoide $E = 0$ umbeschrieben werden, dessen lineare Dimensionen zu denen von $C = 0$ in dem Verhältnis $1 : \sqrt{3}$ stehen. Die Schwerpunkte der Tetraederflächen sind die Berührungspunkte für $E = 0$, weil in einem Dreieck der Schwerpunkt des Mitteldreiecks, mit den Ecken in den Halbierungspunkten der Seiten, mit dem Schwerpunkt des ganzen Dreiecks zusammenfällt. Die Mitteldreiecke der Begrenzungsflächen der Tetraeder bilden die Begrenzungsflächen des dem Culmannschen Zentralellipsoide $C = 0$ einbeschriebenen Oktaeders, dessen Ecken mit den Endpunkten konjugierter Durchmesser von $C = 0$ zusammenfallen. Durch Erweiterung der abwechselnden Flächen dieser Oktaeder entstehen die beiden Ersatztetraeder.

X.

Die in den vorigen Abschnitten für jede Schwerpunktsachse bewiesene Äquivalenz der T. M. von 4 gleichen Punktmassen und einem materiellen System, ist auch, wie jetzt gezeigt werden soll, für jede andere Achse, die nicht durch den Schwerpunkt geht, gültig.



Hat die neue Achse durch den Punkt P, parallel gelegt zu der Schwerpunktsachse h, von dieser den Abstand sp (in der Projektion auf eine zu beiden Achsen senkrechte Ebene), so ist nach dem Huyghenschen Momentensatze für die neue Drehachse:

$$T_p = T_s + Msp^2 = \frac{M}{4}(as^2 + bs^2 + cs^2 + ds^2 +$$
$$+ Msp^2.$$

Nun bildet die Projektion des Tetraeders $ABCD$ mit den Kantenmitten E, F, G, H, I, K im allgemeinen ein ungleichseitiges Viereck $abcd$ mit den Kantenmitten e, f, g, h, i, k. Sind s und p die Schnittpunkte der parallelen Achsen durch S und P mit der Projektionsebene, so besteht:

$$ap^2 + bp^2 + cp^2 + dp^2 = ae^2 + be^2 + 2ep^2 + cf^2 + df^2 + 2fp^2 =$$
$$= as^2 + bs^2 - 2es^2 + 2ep^2 + cs^2 + ds^2 - 2fs^2 + 2fp^2 =$$
$$= as^2 + bs^2 + cs^2 + ds^2 - 2es^2 - 2fs^2 + 2es^2 + 2fs^2 + 4sp^2 =$$
$$= as^2 + bs^2 + cs^2 + ds^2 + 4sp^2.$$

Es ist deshalb:

$$T_p = \frac{M}{4}(as^2 + bs^2 + cs^2 + ds^2 + 4sp^2) =$$
$$= \frac{M}{4}(ap^2 + bp^2 + cp^2 + dp^2),$$

wodurch auch für die beliebige Achse durch P die Reduktion des T. M. des Systems auf das T. M. von 4 gleichen Punktmassen ausgesprochen ist.

Wir haben also das allgemeine Resultat: Das Trägheitsmoment eines beliebigen Systems ist auf unendlich viele Arten durch 4 gleiche Massenpunkte zu ersetzen, die in den Ecken inhaltsgleicher und inhaltsgrößter Tetraeder liegen:

1. deren Kanten Tangenten des Culmannschen Zentralellipsoides $C = 0$ sind;
2. die dem zu $C = 0$ konzentrisch, ähnlich und ähnlich liegenden Ellipsoid $U = 0$, dessen lineare Dimension zu denen von $C = 0$ im Verhältnis $\sqrt{3} : 1$ stehen, einbeschrieben sind;
3. die dem zu $C = 0$ konzentrisch, ähnlich und ähnlich liegenden Ellipsoid $E = 0$, dessen lineare Dimensionen zu denen von $C = 0$ sich wie $1 : \sqrt{3}$ verhalten, einbeschrieben sind.

(Eingegangen 4. Januar 1927.)

ZUSAMMENFASSENDE BERICHTE.

Besorgt von R. Seeliger.

Zum gegenwärtigen Stande der Atomphysik.

(Vortrag, gehalten auf Einladung der naturwissenschaftlichen Fakultät zu Hamburg.)

Von A. Sommerfeld.

Man hört und liest gegenwärtig vielfach pessimistische Urteile über den Stand der Atomforschung und über das logische System der Physik überhaupt. Die einheitlichen Formulierungen der Kontinuumstheorie, der Feldphysik, welche sich gegen Ende des vorigen Jahrhunderts zu einem elektromagnetischen Weltbilde zusammenzuschließen schienen, sind durchbrochen durch die neuartigen Forderungen der Quanten. Es wollte aber zunächst nicht gelingen, eine einheitliche Diskontinuumstheorie, eine alles umfassende Quantentheorie, aufzustellen. Und doch weisen die Tatsachen der Atomphysik unbedingt auf eine solche Diskontinuumsphysik hin, das zeigt unmittelbar der Anblick der Spektren sowie die gesamte Chemie. Deshalb konnte die Atomphysik von Bohr nur so geschaffen werden, daß er sie von Anfang an mit dem Planckschen diskontinuierlichen Wirkungsquantum verknüpfte.

Aber Bohr mußte beim Ausbau seiner Theorie eine Anleihe an die klassische Theorie machen in Gestalt seines Korrespondenzprinzipes, welches nötig war, um wesentliche Lücken der quantentheoretischen Methoden auszufüllen. Ich selbst habe immer besonders gern den diskontinuierlichen, den ganzzahligen Charakter der Quantenregeln betont, sowohl in meinem Buche, als besonders in einer Akademie-Rede vom Jahre 1925, wo ich den Ganzzahligkeits-Standpunkt der Quantentheorie verglich mit den uralten Anschauungen der Pythagoräer von der Rolle der ganzen Zahlen in den Naturgesetzen, hervorgegangen aus den ganzzahligen Verhältnissen der Lyra-Saiten und projiziert auf die Harmonie der Sphären. In der Tat, solange die Quantenbedingungen, welche gewissermaßen zur Definition des Atoms dienten, unbewiesen an die Spitze zu stellen waren, lag hier ein besonderes Ganzzahligkeitsaxiom vor, welches das Wesen der physikalischen Dinge zu treffen schien.

Seitdem ist die Entwicklung stürmisch weitergegangen. Heisenberg hat in seiner Quantenmechanik eine in sich konsequente Methode entwickelt, die den Anforderungen einer geschlossenen Diskontinuumstheorie entspricht. Diese Methode ist ebenso erfolgreich in ihren Anwendungen wie bemerkenswert in ihren Grundlagen. Heisenberg geht von dem erkenntnistheoretischen Prinzip aus, daß die physikalische Beschreibung der Phänomene nur beobachtbare Elemente benutzen solle. Dies sind beim Atom die Schwingungszahlen der Spektrallinien und ihre Intensitäten. Sie lassen sich für den Übergang vom n^{ten} in den m^{ten} Zustand zusammenfassen in den komplexen Ausdruck $a_{nm}e^{i\omega_{nm}t}$; a_{nm} entspricht der beobachtbaren Amplitude (Übergangswahrscheinlichkeit mal Gewicht der Zustände), ω_{nm} ist die „Kreisfrequenz" der Schwingung, die aus dem Übergang resultiert. Alle übrigen mechanischen Größen der Elektronbahnen, z. B. der jeweilige Ort des Elektrons

auf der Bahn, die Zeitdauer des Umlaufs sind unbeobachtbar und fallen aus der Theorie heraus. Wir sprachen auch früher von den Quantenzuständen des Atoms als einem diskontinuierlichen „Netzwerk" und von den „Maschen dieses Netzwerks", die durch das Plancksche h gemessen werden; aber wir rechneten zuvörderst mit dem Kontinuum der Zwischenpunkte und sonderten die physikalisch gültigen Netzpunkte erst nachträglich durch das Axiom der Quantenbedingungen aus. Bei Heisenberg tritt, um mit H. Weyl zu reden, die „kontinuierliche Raumsauce", welche zwischen die Netzpunkte ergossen ist, gar nicht in Erscheinung. Die Quantenbedingungen werden in sehr prinzipieller Weise dadurch eingeführt, daß beim Rechnen mit dem Größensystem der a_{mn} (unendliche Determinante oder „Matrix") die Multiplikation sich als nicht kommutativ herausstellt.

Die Ergebnisse dieser Quantenmechanik haben sich in den Händen von Heisenberg, Born-Jordan, Dirac, Pauli überall bewährt; ihr Wahrheitsgehalt scheint unbezweifelbar zu sein. Aber ihre Handhabung ist äußerst umständlich und abschreckend abstrakt.

Hier kommt uns Schrödinger zu Hilfe. Sein Ausgangspunkt ist der umgekehrte wie bei Heisenberg, aber seine Ergebnisse sind, von ihrer Einkleidung und Deutung abgesehen, dieselben. Deshalb ist auch der Wahrheitsgehalt der Schrödingerschen Methode erfahrungsgemäß gesichert. Schrödinger möchte eine Kontinuumstheorie aufbauen, die sich möglichst eng an die mathematischen Methoden der Wellentheorie anschließt. Im Gegensatz zu Heisenbergs Methode sind die Zustandsgrößen der Schrödingerschen Theorie im einzelnen nicht experimentell kontrollierbar. Während sich Heisenberg vorsichtig an die Erfahrungsgrößen hält, geht Schrödinger und mehr noch sein Vorgänger L. de Broglie kühn über die Erfahrung hinaus und konstruiert Wellenbilder, die hinter der Erfahrung stehen, also metaphysikalisch sind. Vielleicht ist die Schrödingersche Theorie mehr eine Wellenmechanik als eine Wellenmechanik; in jedem Falle ist der durch sie erzielte Fortschritt in der mathematischen Behandlung der Quantenprobleme unermeßlich. Besondere Quantenbedingungen sind hier ebenso wie in der Heisenbergschen Theorie entbehrlich. Sie werden ersetzt durch die Forderung, daß die Schrödinger-de Broglieschen Wellenzustände singularitätenfrei sein sollen. Von einem Ganzzahligkeits-Axiom ist also nicht mehr die Rede, die Zahlenmystik ist auf einleuchtende Weise aufgeklärt und zwar bei Schrödinger auf eine ähnliche Weise, wie sich die Zahlenharmonie der Pythagoräischen Lyra klärt: Die ganzzahligen Verhältnisse der Saitenlängen beim Dreiklang entstehen nach der Theorie der schwingenden Saite aus den Randbedingungen, d. h. aus der Festlegung der Endpunkte der Saite. Auch die ganzen Quantenzahlen entstehen bei Schrödinger aus einem Randwertproblem, welches nicht ganz so anschaulich ist wie bei der schwingenden Saite, weil es nicht mechanische, sondern „metaphysikalische" Schwingungen betrifft, aber dennoch dem Randwertproblem der schwingenden Saite mathematisch äquivalent ist.

Ebenso wie die Quantenbedingungen als besonderes Axiom entbehrlich und durch die neue Theorie richtig gestellt werden, so wird auch das Korrespondenzprinzip in der Quanten- oder Wellenmechanik überflüssig. Es ist von dieser absorbiert und hat dadurch einen quantitativ verschärften Sinn bekommen, im Gegensatz zu seiner früheren teilweisen Unbestimmtheit.

Nun, wenn der Mantel fällt, muß dann auch hier der Herzog nach? Der Mantel sind die Quantenbedingungen einerseits, das Korrespondenzprinzip andererseits. Der Herzog wäre das Bohrsche Atommodell, das wohlbekannte Planetensystem von Kernen und Elektronen. Ist seine Realität durch die neue Entwicklung bedroht? Ich glaube nicht: Solange es eine Chemie und ein periodisches System der Elemente gibt, wird es auch einen schrittweisen Aufbau der Atome aus Elektronen geben, die von dem Kern in verschiedenen Quantenzuständen gebunden werden.

Man hört gelegentlich folgende Parallele zwischen der Maxwellschen und der Bohrschen Theorie. Vor 40 Jahren, als ich studierte, war die Frage: Was ist das Wesen der Maxwellschen Theorie? Sind es die Maxwellschen Gleichungen? oder sind es die mechanischen Modelle, durch die Maxwell seine Theorie zu stützen suchte? Hertz beantwortete bekanntlich die Frage im einen Sinne, im Sinne der Gleichungen, Boltzmann im anderen Sinne, im Sinne der Modelle. Ich selbst habe in einer Erstlingsarbeit in den Annalen der Physik ein von Kelvin herrührendes Kreiselmodell für den Äther auszubauen versucht, bin aber sehr bald zu dem Hertzschen Standpunkte übergegangen, ebenso wie die Entwickelung der Physik allgemein die Äthermodelle ad acta gelegt hat. Wird es den heutigen Atommodellen ebenso gehen, werden auch sie ersetzt werden etwa durch die Schrödingersche Wellengleichung oder die ihnen entsprechende Matrizen-Algebra von Heisenberg? Sicherlich nein! Denn das Bohrsche Atommodell geht in die Schrödingersche Gleichung ebenso wie in den Ansatz der

Hamiltonschen Funktion bei Heisenberg als integrierender Bestandteil ein. Die Anzahl der Elektronen im Atommodell bestimmt ja die Anzahl der unabhängigen Variabeln in jener Gleichung, die potentielle Energie zwischen Elektronen und Kern kommt explizite bei Schrödinger und Heisenberg vor; also: ohne Atommodell gibt es gar keine Wellengleichung und keine Matrizenrechnung. Die neue Entwickelung kann und will die Atommodelle nicht verdrängen, sie liefert vielmehr die lange gesuchte, der Atomphysik adäquate Mikromechanik. Dagegen waren die alten Äthermodelle den Maxwellschen Gleichungen nur ganz äußerlich angebaut. In diesen Gleichungen findet sich nichts von den Kreiseln, Schwungrädern, Bienenzellen der Äthermodelle. Diese Schößlinge, einschließlich des starren, materialisierten Äthers, konnten weggeschnitten werden, ohne daß die Maxwellschen Gleichungen beschädigt wurden. Wollte man aber das Atommodell z. B. aus der Schrödingerschen Wellengleichung herausschneiden, so würde nichts mehr übrig bleiben.

Wie aber steht es mit der anschaulichen Realität der Atommodelle? Insofern die neue Mechanik die realen Tatsachen getreu wiedergibt, sind auch die ihr untrennbar verbundenen Atommodelle real. Aber ist dies die gewöhnliche Realität in Raum und Zeit? Nach unserem heutigen Wissen müssen wir dies verneinen. Die Atommodelle sind bei einem aus mehreren Elektronen aufgebauten Atom nicht im dreidimensionalen, sondern im mehrdimensionalen Raum real, und zwar wird hier jedes Elektron als richtige, punktförmige Korpuskel gedacht. Aber im Dreidimensionalen läßt sich das Elektron nicht lokalisieren. Dies unterstreicht Heisenberg in seinem Düsseldorfer Vortrag und dies veranschaulicht Schrödinger, indem er die Ladung des Elektrons zu einer kontinuierlichen Raumdichte „verschmiert". Persönlich glaube ich nicht ganz an diese verschmierten, zerfließenden Elektronen, schon deshalb nicht, weil außerhalb des Atoms korpuskular konzentrierte Elektronen von großer Geschwindigkeit mit Sicherheit durch das Experiment nachgewiesen werden können. Andrerseits ist es eine unleugbare Tatsache, daß die Schrödingersche kontinuierliche Dichte bei der Berechnung der physikalischen und chemischen Wirkungen der Atome unschätzbare Dienste leistet und in diesem Sinne in höherem Grade real ist, als das punktförmig lokalisierte Elektron der alten Theorie. Es ist sehr möglich, daß wir die kontinuierliche Ladungsdichte und den damit zusammenhängenden kontinuierlichen Ladungsstrom der Schrödingerschen Theorie statistisch aufzufassen haben, im Sinne mehrerer wichtiger Arbeiten von Born, als Wahrscheinlichkeit für die mögliche Lokalisierung derjenigen Elektronen, welche den dreidimensionalen Erscheinungen zugrunde liegen, aber ihre punktförmige reale Existenz in einem anderen, dem mehrdimensionalen Phasenraum haben.

Ähnlich wie mit dem Raum steht es mit der Zeit. Auch die elementare Vorstellung eines zeitlichen Umlaufs im Atommodell läßt sich in der neuen Theorie nicht aufrecht halten. Die schöne Anschaulichkeit des mikrokosmischen Planetensystems geht, nach dem heutigen Stande der Quantentheorie, wie es scheint, unrettbar verloren.

Aber mit der Anschaulichkeit hat es in der Physik eine besondere Bewandtnis. Als die Maxwellsche Theorie aufkam, sagten besonders die älteren Physiker: Das ist keine physikalische, sondern eine mathematische Theorie, man kann sich bei den Maxwellschen Gleichungen nichts vorstellen. Heute, nach dreißigjähriger Übung, scheinen uns die Maxwellschen Gleichungen äußerst anschaulich; wir wären glücklich, wenn wir die Atomphysik in das Maxwellsche Schema einordnen könnten. Ebenso ist es mit der Relativitätstheorie gegangen: Sie erscheint vielen von uns heute wegen der Betonung des empirischen Ursprungs unserer Raum-Zeit-Wahrnehmungen physikalisch-anschaulicher als die alte Newtonsche Lehre vom absoluten Raum und von der absoluten Zeit. Also wollen wir auch nicht an die Quantenmechanik den Maßstab einer voreiligen und schlecht definierten Anschaulichkeit legen, sondern wollen uns gegenwärtig halten, daß diese sich von selbst einstellt, wenn ihre Zeit da ist.

Viel wichtiger als die Anschaulichkeit ist die mathematische Einfachheit. Das Urteil über die Anschaulichkeit einer Theorie ist subjektiv bedingt, das Urteil über die mathematische Einfachheit ist objektiv und bemißt sich nach den Problemen, die die Theorie bewältigen kann. In dieser Hinsicht ist nun kein Zweifel, daß die neue Theorie, insbesondere in der Schrödingerschen Fassung, vor der alten den Vorzug der Einfachheit im höheren Sinne besitzt. Wir werden dies später an einigen Beispielen zu zeigen haben.

An Stelle der anschaulichen n_k-Bahnen der alten Theorie, die von einem punktförmigen Elektron in angebbarem Rhythmus durchlaufen werden sollten, treten jetzt Quantenzustände, nach Schrödinger Eigenfunktionen oder Eigenschwingungen genannt, die viel schwerer vorstellbar sind. Aber sie tragen alle die Merkmale, welche zur Kennzeichnung der früheren Elektronenbahnen wesentlich waren, nämlich sie bestimmen sich durch dieselben (ganzen oder halben) Quantenzahlen n, k, j . . . wie früher, und zwar durch Rechnungen, welche Schritt für Schritt den

früheren Rechnungen parallel gehen. Dies betont schon Schrödinger, indem er z. B. beim Problem des Stark-Effekts genau dieselben Bezeichnungen benutzt, wie sie bei der Darstellung desselben Problems auf scheinbar ganz anderer Grundlage bisher üblich waren.

Ich glaube, man kann es sogar rechtfertigen, wenn man nach wie vor von Elektronenbahnen im Atom sprechen wird, da sie ein getreues, mathematisch eindeutiges Abbild der jetzt gemeinten abstrakteren Quantenzustände sind, ein Abbild, das sich genau so verhält, wie auf optischem Gebiet die Beschreibung eines Vorganges durch Lichtstrahlen zu der durch Lichtwellen oder wie auf chemischem Gebiet die Darstellung einer Verbindung durch die üblichen Valenzstriche zu der durch Elektronenfelder. Man wird ja auch in Zukunft, wenn man über die Bindungsverhältnisse der Atome genau unterrichtet sein wird, das einfache Kekulésche Bild des Benzolringes als Veranschaulichungsmittel nicht verpönen. Ebenso könnte man zur Veranschaulichung der in der neueren Theorie gemeinten Quantenzustände die früheren Aggregate von n_k-Bahnen benutzen, sofern man gleichzeitig verbietet, solche Darstellungen zu wörtlich zu nehmen.

Wir sprachen schon vorher von einer vielleicht nur statistischen, also unkausalen Deutung der Zustandsgrößen in der Wellenmechanik. Das würde einen gewissen Indeterminismus für unsere Vorstellungen mit sich bringen, ohne daß deshalb jemals die beobachtbaren Erscheinungen ihre strenge Determiniertheit zu verlieren brauchen. Letztere, d. h. die exakte Vorhersage des unter gegebenen Umständen zu Beobachtenden müssen wir fordern, solange es eine Naturwissenschaft geben soll, und diese werden wir auch in immer zunehmendem Maße erreichen.

Ob dabei die uns gewohnte Form der Kausalität erhalten bleiben wird, ist zweifelhaft. Diese Form gründet sich auf die klassische Mechanik und kann im Sinne von Laplace etwa so formuliert werden: Sind Größe und Änderungsgeschwindigkeit aller Zustandsgrößen der Welt zu einer gewissen Anfangszeit gegeben, so lassen sich daraus alle Zustandsgrößen zu jeder späteren Zeit mathematisch ableiten. Diese Bevorzugung des Anfangszustandes bei der Beschreibung des Naturgeschehens entspricht recht eigentlich der Struktur der klassischen Mechanik, ihren Differentialgleichungen zweiter Ordnung nach der Zeit. Dagegen weisen die feineren Erfahrungen der Quantenwelt auf eine gleichmäßige Berücksichtigung von Anfangs- und Endzustand hin. Ich habe dies schon vor zwei Jahren in einem Vortrag auf der Innsbrucker Naturforscher-Gesellschaft betont und habe es damals mit der Intensität der Multiplett-Linien begründet, die sich nach den sogenannten Summenregeln in symmetrischer Weise aus den Gewichten von Anfangs- und Endzustand bestimmen. Wir können dies heute schärfer und allgemeiner dahin formulieren, daß die Heisenbergschen Amplituden a_{nm} sich in symmetrischer Weise aus den Eigenfunktionen ψ_n und ψ_m von Anfangs- und Endzustand berechnen. Auch die Gleichheit der Einsteinschen Übergangswahrscheinlichkeiten $B_{nm} = B_{mn}$ hängt damit zusammen. Betrachten wir andererseits die Frequenzen ω_{nm}, die mit den a_{nm} zusammengehören. Die Gleichung $\omega_{nm} = \omega_{mn}$ besagt spektral, daß dieselbe Linie, die von einem Atom bevorzugt emittiert wird, von demselben Atom auch bevorzugt absorbiert wird, was wir roh gesprochen den Kirchhoffschen Satz nennen können. Dieser Satz war nach mechanischen Analogien solange leicht begreiflich, als man annehmen durfte, daß sich das Atom bei der Emission und Absorption im gleichen Zustande befände. Jetzt aber wissen wir, daß der Anfangszustand der Emission von dem der Absorption verschieden und daß nur der Übergang zwischen Anfangs- und Endzustand in beiden Fällen reziprok ist. Der Kirchhoffsche Satz ist also vom Boden der gewöhnlichen Kausalität aus schwer zu begreifen; er verlangt eine erweiterte Form der Kausalität, bei der das Endergebnis des Vorgangs mit in Rechnung gesetzt wird.

Betrachten wir andererseits ein angeregtes Atom, dessen Energieniveau also über dem Grundniveau liegt. Wir wissen, daß ein Übergang zu einem der darunter liegenden Niveaus stattfinden wird. Aber wir wissen nicht, ob der Übergang direkt nach dem Grundniveau oder vorerst nach einem Zwischenniveau führen wird. Was also im Einzelfalle passieren wird, bleibt unbestimmt. Dagegen ist das statistische Mittel über viele Einzelfälle wohl bestimmt. Und zwar müssen wir, um die Übergangswahrscheinlichkeit aus dem Anfangszustande n in irgendeinen der möglichen Endzustände m, d. h. im wesentlichen die Größe a_{nm} zu bestimmen, den Endzustand, d. h. sein Gewicht und seine Zustandsfunktion ψ_m ebenso berücksichtigen wie Gewicht und Zustandsfunktion des Anfangszustandes. Dieses Verfahren ist uns vorgeschrieben nicht durch eine subjektive Vorliebe, sondern durch den gegenwärtigen Stand unserer physikalischen Kenntnisse. Während der Einzelfall unbestimmt bleibt, wird der Mittelwert über viele Fälle, der allein der Beobachtung zugänglich ist, durch die Berechnung der a_{nm} völlig determiniert. Oder betrachten wir das Problem des Comptoneffektes. In welcher Richtung das Elektron fortgehen wird, ist uns im Einzelfalle unbekannt. Aber wieviel Elektronen durchschnittlich in jede Rich-

tung gestreut werden, welche Intensität und welche Wellenlänge das gleichzeitig gestreute Licht in jeder Richtung haben wird, können wir bestimmen, wenn wir jeweils Anfangs- und Endzustand zusammen in Rechnung setzen. Sollen wir uns vorstellen, daß auch die Richtung der Elektronen-Emission bestimmbar wäre, wenn wir nur nähere Voraussetzungen über das einfallende Licht machen, z. B. ob das in ihm wirksame Lichtquant das Atom mehr rechts oder mehr links trifft? Ich glaube, eine solche Vorstellung wäre chimärisch und unphysikalisch.

Auch das erfolgreichste Prinzip der klassischen Mechanik, das Prinzip der kleinsten Wirkung, erscheint ja, wie oft bemerkt, in einer quasiteleologischen Form, obwohl es andererseits, wie bekannt, den streng kausal gedachten Differentialgleichungen der Mechanik äquivalent ist. Um es nochmals zu sagen, es kann sich bei diesen Bemerkungen nicht darum handeln, die naturgesetzliche Bestimmtheit der physikalischen Vorgänge in Zweifel zu ziehen, sondern es sollte nur die heutzutage vielfach diskutierte[1]) Frage aufgeworfen werden, ob die starre Form der uns überkommenen Kausalität, die aus dem 18. Jahrhundert und aus der rationalistischen Mechanik stammt, unserem heutigen Erfahrungsstande angemessen ist. Der besondere Beitrag, den wir zu dieser Frage beisteuern wollten, besteht in dem Hinweis auf die mathematische Form der quantenmechanischen Grundformeln, ihre Symmetrie in bezug auf Anfangs- und Endzustand.

Für den Philosophen erhebt sich hier ein Problem von großer Tragweite: Kant vertritt bekanntlich in seiner Kritik der reinen Vernunft die Ansicht, daß der Grundsatz der Kausalität a priori gelte, mit anderen Worten, daß alles Naturgeschehen ihm notwendig entsprechen müsse. Unter Kausalität versteht er dabei natürlich die sog. strenge Kausalität des 18. Jahrhunderts. Aber Kant sah auch die euklidische Struktur des Raumes als apriorisch gegeben an, während uns die grundlegenden Untersuchungen von Riemann, Helmholtz und Einstein darüber belehrt haben, daß Geometrie noch unter viel geringeren Voraussetzungen möglich ist. Die Frage ist nun: Welches Mindestmaß an erkenntnistheoretischen Voraussetzungen ist nötig, um überhaupt noch eine quantitative Weltbetrachtung zu ermöglichen. Ein neuer Kant wird sich dabei nicht auf den Boden der Newtonschen Mechanik, sondern auf den der Quantenmechanik stellen und wird sehen, daß die sog. strenge Kausalität einer Erweiterung bedarf, um eine den heutigen Erfahrungen angemessene Vorhersage des Naturgeschehens zu ermöglichen.

Nach diesen Allgemeinheiten möchte ich nun auf einige speziellere Fragen eingehen, zunächst auf die Frage nach der mathematischen Behandlung der Wellengleichung. Hier habe ich in allen bisher zugänglichen Fällen die folgende Methode bewährt gefunden: Man suche zunächst das asymptotische Verhalten der Lösung im Unendlichen auf, welches sich stets leicht aus der Differentialgleichung bestimmen läßt (falls nämlich das Unendliche zum Zustandsgebiete der Wellenfunktion als Grenzpunkt gehört — das Entsprechende gilt beim Vorhandensein anderer wesentlich singulärer Grenzpunkte —); und man stelle beim Vorhandensein außerwesentlich singulärer Grenzpunkte den charakteristischen Exponenten in diesen fest. Indem man für das Endlichbleiben der Lösung in den singulären Punkten sorgt, trifft man bereits eine Auswahl zwischen den Integrationskonstanten. Spaltet man nun von der Lösung u der ursprünglichen Differentialgleichung denjenigen Faktor F ab, der ihr Verhalten in den singulären Punkten mißt, indem man setzt $u = F \cdot v$, so bleibt für v eine Differentialgleichung übrig, welche sich durch einen gewöhnlichen Potenzansatz integrieren läßt und in allen bisher behandelten Fällen auf eine zweigliedrige Rekursionsformel für die Koeffizienten der Potenzreihe führt. Man kann bewirken, daß die Potenzreihe mit dem n^{ten} Gliede abbricht, indem man in der Rekursionsformel den Faktor des n^{ten} Koeffizienten zum Verschwinden bringt, weil dann auch alle folgenden Koeffizienten verschwinden. Dies simple algebraische Verfahren liefert in allen einfachen Fällen den betreffenden n^{ten} Eigenwert, ersetzt also die Quantenbedingung. Ich spreche wie Sie sehen, hier — ganz gegen meine Gewohnheit — gegen den Gebrauch komplexer Integraldarstellungen. Diese scheinen mir für das Eigenwertproblem — auch im Falle des kontinuierlichen Spektrums — entbehrlich, während sie andererseits für feinere Fragen z. B. die Berechnung der a_{nm}, nützlich sein mögen. Natürlich gibt unser Verfahren[1]) keine Gewähr für die Vollständigkeit des erhaltenen Lösungssystems — aber dies tut die Darstellung durch komplexe Integrale auch nicht. Z. B. läßt sich das schon etwas komplizierte, von Reiche erfolgreich durchgeführte Problem der Kreiselmolekel genau nach diesem Schema behandeln, ohne daß man genötigt wäre ausdrücklich die Theorie der hypergeometrischen Funktion heranzuziehen.

1) Vgl. den inzwischen erschienenen Habilitationsvortrag von P. Jordan. Naturwissenschaften. 1927, S. 105.

1) Wie I. Waller, Z. f. Ph. 38, 635, 1926 zeigt, läßt sich auch der Stark-Effekt beliebiger Ordnung nach diesem Verfahren behandeln.

Das Keplerproblem wird bei Schrödinger in räumlichen Polarkoordinaten r, ϑ, φ, behandelt. Man kann es auch als ebenes Problem behandeln, im Phasenraum der gewöhnlichen Polarkoordinaten r, φ genau analog zu meiner ursprünglichen Darstellung vom Jahre 1915. Schließlich kann man es auch eindimensional ansetzen, indem man z. B. an eine Kreisbahn denkt, und lediglich den Phasenraum des Winkels φ benutzt. Zwar verbietet Schrödinger gelegentlich eine solche Reduktion der Dimensionenzahl, aber er hat selbst den Oszillator ursprünglich eindimensional angesetzt und gelöst. Im Keplerproblem erhält man stets die Balmersche Formel, nur mit einem Wechsel zwischen ganzen und halben Hauptquantenzahlen: bei 1 und 3 Dimensionen treten ganze, bei 2 Dimensionen halbe Hauptquantenzahlen auf. Ähnliches gilt, wie schon Schrödinger bemerkt hat, vom Oszillator: bei 1 und 3 Dimensionen hat man halbe, bei 2 Dimensionen ganze Quanten.

Das Keplerproblem in dreidimensionaler wellenmechanischer Behandlung ist stets ein entartetes Problem: man benutzt, ebenso wie ich es ursprünglich getan habe, mehr Koordinaten als es quantentheoretische Freiheitsgrade gibt. Der Grad des Polynoms in der r-Koordinate ist meine alte radiale Quantenzahl. Ein Analogon zu der Bohrschen Methode der periodischen Bahnen, durch die er die Rechnung mit entarteten Systemen vermied, scheint es in der Wellenmechanik nicht zu geben, wenn man nicht zur eindimensionalen Keplerbahn übergehen will.

Man bezeichnet mit Entartung noch ein anderes Vorkommnis, das man früher bei den Eigenwertproblemen „mehrfach ausgezeichnete Eigenwerte" genannt hat. Es handelt sich dabei um solche Fälle, wo zu einem und demselben Werte von k^2 verschiedene Lösungen der Schwingungsgleichung $\Delta u + k^2 u = 0$ gehören. Bekannt sind die quadratische und kreisförmige Membran, wo alle Eigenwerte mit Ausnahme des Grundtons mindestens zweifach sind. Die Lage der Knotenlinien wird dann unbestimmt, das „ungestörte Problem" enthält einen willkürlichen Parameter λ. Die folgenden Figuren zeigen die zweite Eigenfunktion. Hier gibt es außer dem Rande nur je eine Knotenlinie, deren Lage aber unbestimmt ist. Die beiden durch Strichstärke hervorgehobenen Knotenlinien, nämlich die horizontale und vertikale Gerade, entsprechen in beiden Figuren nach Ausweis der darunter stehenden Formeln den Parameterwerten $\lambda = 0$ bez. $\lambda = \infty$. Die übrigen Knotenlinien und Parameterwerte sind aber mit ihnen völlig gleichberechtigt.

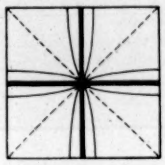


Fig. 1.

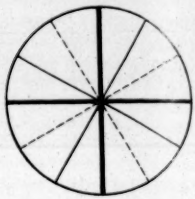


Fig. 2.

$$u = \sin\frac{\pi x}{a} \cdot \sin\frac{2\pi y}{a} \qquad u = J_1(kr)(\sin\varphi + \lambda\cos\varphi)$$

$$+ \lambda \sin\frac{2\pi x}{a} \cdot \sin\frac{\pi y}{a} \qquad = J_1(kr)\sin(\varphi - \varphi_0).$$

Die Analogie dieser Figuren mit der Heisenbergschen Theorie des Heliumatoms liegt auf der Hand; auch beim Zwei-Elektronen-System des Heliums ist der Grundzustand nicht-entartet, alle höheren Zustände sind entartet. Bei der quadratischen Membran tritt bekanntlich unter gewissen zahlentheoretischen Bedingungen auch mehrfache Entartung auf. Will man in der Bezeichnung diese Vorkommnisse von denen beim Keplerproblem unterscheiden, so kann man diese als einfach, zweifach . . . entartet, jene als ∞^1-fach, ∞^2-fach entartet bezeichnen. Physikalisch bedeutsam wird die eine und andere, die endliche oder unendliche Form der Entartung erst beim Hinzutreten einer Störung. Ich verweise in dieser Hinsicht auf die schöne Störungstheorie von Schrödinger, welche gerade bezweckt, den Parameter λ zu bestimmen d. h. aus der linearen Schar der Eigenfunktionen diejenige herauszuheben, an welche sich die gestörte Lösung stetig anschließt.

Um das Verhältnis der früheren Atombahnen zu denjenigen Bildern zu erläutern, die man sich wellenmechanisch nach Schrödinger zu formen hat, betrachten wir den interessanten von Stark, beschriebenen Effekt einer Intensitäts-Dissymmetrie zwischen langwelligen und kurzwelligen Komponenten in der elektrischen Aufspaltung der Balmerlinien. Dieser Effekt wird nach der Bohrschen Theorie bekanntlich so erklärt: Die langwelligen Komponenten entsprechen im Anfangszustande Bahnen, die mehr hinter dem Kern verlaufen, die kurzwelligen solchen, mehr vor dem Kern, wobei hinten und vorn vom elektrischen Felde aus zu beurteilen ist. Handelt es sich um Wasserstoffkanalstrahlen z. B. in Stickstoff, so erfolgen die Zusammenstöße der Stickstoffmolekeln gegen die Wasserstoffatome nach der negativen Feldrichtung, die Bahnen hinter dem H-Kern sind besser gegen Störungen geschützt und die zu ihnen gehörigen langwelligen Komponenten die stär-

keren. Haben wir dagegen Stickstoffkanalstrahlen in Wasserstoff, geht also die Emission der Balmerlinien von den ruhenden H-Atomen aus, so sind die (im Sinne des elektrischen Feldes beurteilten) vorderen Bahnen die ungestörteren und daher die wahrscheinlicheren; die Intensitätsdissymmetrie kehrt sich dann um. Dies

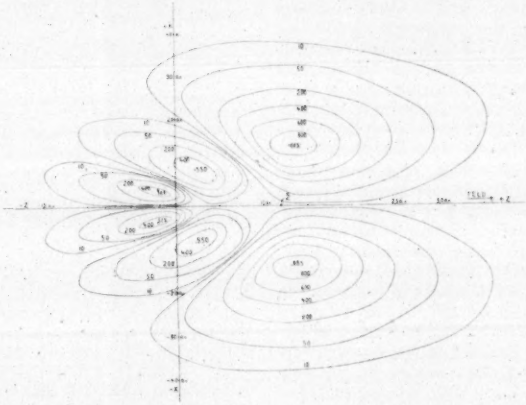


Fig. 3. Dichteverteilung im Anfangszustande 202.

hat Herr Wierl in einer unter Leitung meines Kollegen W. Wien ausgeführten Arbeit nachgewiesen; ergänzend hat er gezeigt, daß im Hochvakuum zugleich mit den Zusammenstößen die Dissymmetrie verschwindet. Wir haben also eine volle Bestätigung der Bohrschen Deutung des Vorganges. Es entsteht aber die Frage: Wenn es nun keine lokalisierten Bahnen mehr geben soll, wenn man vielmehr mit Schrödinger an ihre Stelle eine kontinuierliche Dichteverteilung substituieren muß, läßt sich auch dann noch die Symmetrie des Vorganges verstehen? Ich habe deshalb Herrn F. G. Slack aus New York vorgeschlagen, diese Verteilung nach der Schrödingerschen Dichtedefinition zu ermitteln. Das Ergebnis zeigt Fig. 3 für die Komponente 202 des Anfangszustandes von H_β. Aufgetragen sind die Kurven gleicher Stärke der je in einer Kreisröhre vom Radius r um die Feldrichtung enthaltenen Dichte, also die Größe $f\varrho r d\varphi$. Das Hauptmaximum dieser Dichte liegt vor dem Kern; auf der Rückseite desselben haben wir (auf beiden Seiten der Mittellinie) zwei sekundäre Maxima. Denkt man sich ein ruhendes Wasserstaffatom in einer Eigenschwingung dieser Dichteverteilung, so ist es gegen Stöße, die von links kommen, besser geschützt, als die umgekehrte, den Quantenzahlen 022 entsprechende Verteilung, deren Hauptmaximum hinter dem Kern liegen, also nach links hin ausladen würde. Fig. 4 stellt den Endzustand 002 dar, der zusammen mit dem Anfangszustande 202 eine der stärksten Komponenten des Aufspaltungsbildes von H_β liefert. Das Bild zeigt, daß der Endzustand zur Dissymmetrie nichts beiträgt. Bemerkt sei noch, daß die Anzahl der Dichtemaxima allgemein gegeben ist durch $n - l = n$

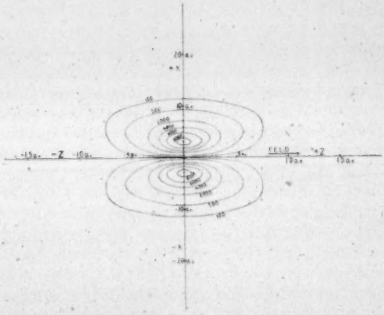


Fig. 4. Dichteverteilung im Endzustande 002.

$- k + 1$, wo n die Summe aller drei Quantenzahlen, $k = l + 1$ die letzte derselben bedeutet. (im Anfangszustande ist $n - l = 3$, im Endzustande $n - l = 1$; vgl. die Figuren).

Die früheren Atombahnmodelle wiesen z. B. im S-Zustande eine ausgezeichnete Ebene auf. Ein Wasserstoffatom im Grundzustande müßte danach in dieser Ebene eine größere Ausdehnung haben als senkrecht dazu. Da man nach Stern die Atome vermöge ihres magnetischen Momentes richten kann, sollte man bei Wasserstoffkanalstrahlen im Magnetfelde eine freie Weglänge erwarten, die verschieden ist je nach der Lage des Magnetfeldes. Beobachtungen von Herrn Frazer, die bei G. P. Thomson in Aberdeen ausgeführt sind, zeigten hiervon nichts. Der Grund ist folgender: Der Grundterm des Wasserstoffs besitzt eine kugelsymmetrische Eigenfunktion ψ, d. h. keine Abhängigkeit von den Polarwinkeln ϑ, φ. Deshalb ist auch die Dichteverteilung ϱ und das Kraftfeld, mit dem das Atom nach außen wirkt, kugelsymmetrisch. Die einzige einseitige Handhabe, durch die wir das Atom als Ganzes von außen beeinflussen können, scheint die Achse des magnetischen Momentes zu sein. Das Gleiche gilt mit Annäherung von jedem S-Zustande, sofern wir nämlich die gegenseitigen Störungen wie früher bei den Elektronenbahnen vernachlässigen bzw. durch ein Zentralfeld beschreiben dürfen. Das einzelne ungestörte Atom erscheint hiernach, ähnlich wie es seinerzeit die kinetische Gastheorie vorstellte, als isotrope Kugel.

Interessant ist der Fall der abgeschlossenen Schalen, welche ja ebenfalls zur Gruppe der S-Terme gehören. Hier können wir nach der Dissertation von A. Unsöld (Ann. d. Phys. **82**, 355, 1927) folgendermaßen sagen: Man bilde die Dichten ϱ der Eigenfunktionen für die einzelnen Elektronen der Schale in Polarkoordinaten r, ϑ, φ, wobei als Polarachse etwa die Richtung eines unendlich schwachen Magnetfeldes dienen kann. Die Quantenzahl l für die Abhängigkeit von ϑ ist innerhalb der Schale konstant, die Quantenzahl m für die Abhängigkeit von φ nimmt alle ganzen Werte $-l \leqq m \leqq +l$, und zwar nach Pauli jeden nur einmal an bzw. — wegen der Existenz des Kreiselelektrons — jeden zweimal und nur zweimal. In erster Näherung wollen wir die Wirkung der Schale als Überlagerung der Dichten der einzelnen Eigenfunktionen darstellen, was wieder auf eine Vernachlässigung der Wechselwirkungen bzw. auf ihre Einbeziehung in ein gemeinsames Zentralfeld hinauskommt. Die Abhängigkeit von r ist für alle Eigenfunktionen die gleiche, da sie nur von l und der radialen Quantenzahl abhängt, und kann bei der Summation als gemeinsamer Faktor vorangestellt werden. Die Abhängigkeit von φ fällt heraus wegen $\cos^2 m\varphi + \sin^2 m\varphi = 1$ bzw. $e^{im\varphi} \cdot e^{-im\varphi} = 1$. Als wesentlicher Teil der Summe bleibt also übrig

$$\sum_{-l}^{+l} \left[P_l^m (\cos \vartheta) \right]^2$$

und dies ist bis auf eine von der Normierung abhängige Konstante gleich $P_l(1)$, also unabhängig von ϑ.

Zum Beweise benutze man das Additionstheorem der Kugelfunktionen. Dieses lautet, wenn die P in rationeller Weise normiert sind, was wir auch im Vorhergehenden vorausgesetzt haben:

$$P_l(\cos \Theta) = \text{konst.} \sum_{-l}^{+l} P_l^m (\cos \vartheta)\, P_l^m (\cos \vartheta')\, e^{im(\varphi - \varphi')}.$$

Macht man hierin $\vartheta' = \vartheta$, $\varphi' = \varphi$, $\Theta = 0$, so erhält man die zu beweisende Gleichung. Übrigens ist der von Unsöld gegebene Beweis etwas vollständiger (Überlagerung der Störungsenergien statt der Dichten).

Wir schließen daraus: jede vollständige Schale wirkt nach außen kugelsymmetrisch. Wir dürfen, wie es Kossel stets getan hat, die chemischen Wirkungen der abgeschlossenen Ionen als isotrop berechnen, solange sie nicht durch äußere Einwirkung anderer Atome oder durch äußere Felder polarisiert werden. Was wir in der neuen Mechanik an Anschaulichkeit verlieren, gewinnen wir reichlich an analytischer Einfachheit und Handlichkeit der Modelle. Nebenbei bemerkt haben wir in der Verwendung des Additionstheorems der Kugelfunktionen ein neues Beispiel dafür, wie alte wohlbekannte Ergebnisse aus der Theorie der Randwertaufgaben für die Probleme der Atomphysik nutzbar werden.

Ein anderes Beispiel dieser Art bildet der der Wellenfunktion ψ zugeordnete Viererstrom s, wie er von Gordon, Klein u. a. abgeleitet ist. Eine sehr allgemeine Tatsache aus der Theorie der linearen Differentialausdrücke, die z. B. in meinem Encyklopädie-Artikel über Randwertaufgaben gebührend hervorgehoben ist, besagt: Man kann zu einem linearen Differentialausdruck $L(u)$ immer einen „adjungierten" Differentialausdruck $M(v)$ hinzudefinieren, derart daß

$$v\,L(u) - u\,M(v) = \operatorname{div} s \qquad (1)$$

wird, d. h. ein vollständiger Differentialquotient (bei einer Variabeln) bzw. (bei mehreren Variabeln) eine Summe von Differentialquotienten nach den unabhängigen Variabeln. Diese Gleichung liefert, wenn wir sie über ein geschlossenes Gebiet integrieren, die allgemeinste Form des Greenschen Satzes. Sie definiert zugleich in naturgemäßer Weise den Vektor s, welcher mit dem Differentialausdruck $L(u)$ analytisch zusammengehört. Im Falle der Wellengleichung ist nun die „adjungierte" Gleichung einfach die „konjugierte", d. h. sie entsteht aus jener da-

durch, daß wir in der Wellengleichung und in der Wellenfunktion ψ zum konjugiert Komplexen übergehen. Wir haben also, wenn wir in (1) $u = \psi$ schreiben $v = \bar{\psi}$ und $M(v) = \bar{L}(\bar{\psi})$. Der Vektor s wird dann gerade der schon genannte Viererstrom, seine vierte Komponente ist die Ladungsdichte ϱ, wobei sich eine (für die meisten Zwecke belanglose) relativistische Verschärfung der Schrödingerschen Definition $\varrho = \psi\bar{\psi}$ herausstellt.

Es gibt bekanntlich noch eine zweite Form des Greenschen Satzes, die bei einem allgemeinen linearen Differentialausdruck hervorgeht aus der Beziehung

$$v L(u) = \operatorname{div} s' - A. \qquad (2)$$

Hier ist s' ein mit s verwandter Vektor, A eine bilineare Form in den u, v und ihren ersten Ableitungen, sofern nämlich L von der 2^{ten} Ordnung ist. Integriert man (2) über ein geschlossenes Gebiet S mit der Begrenzung σ, so entsteht, als zweite Form des Greenschen Satzes:

$$\int A\, dS = \int s'_n\, d\sigma - \int v L(u)\, dS. \qquad (3)$$

Man bilde nun die Variation der linken Seite von (3) nach u und v und setze dieselbe gleich null; gleichzeitig mache man δu und δv nebst ihren ersten Ableitungen auf der Begrenzung σ gleich o. Dann ergibt sich mit Rücksicht auf (1):

$$0 = \delta \int A\, dS =$$
$$- \int v L(\delta u)\, dS - \int \delta v L(u)\, dS =$$
$$- \int \delta u M(v)\, dS - \int \delta v L(u)\, dS.$$

Die Form A spielt also die Rolle einer „Lagrangeschen Funktion" des Problems, da durch Nullsetzen der Variation ihres Integrals die Differentialgleichungen

$$L(u) = 0, \qquad M(v) = 0$$

folgen.

Schrödinger hat dieses Variationsverfahren an die Spitze seiner ersten Arbeit gestellt. Die bilineare Form A wird bei Schrödinger, Gordon, Fock, Kudar (auch für die relativistische Mechanik und für beliebige äußere Felder) entwickelt.

Wir kommen zum Schluß auf den eingangs erwähnten Pessimismus zurück. Zu diesem ist wirklich kein Grund. Die Entwicklung in der Atomphysik ist ziemlich geradlinig gegangen. Natürlich müssen hier und da Schritte zurückgetan, es muß manch gar zu konkretes Bild revidiert werden. Die Natur scheint zurückzuweichen, wo wir sie naiv zu fassen glaubten, aber nur um uns anzuspornen, ihre Gesetze in immer schönere, mathematisch vollkommenere Form zu gießen. Es kann keine Rede davon sein, daß die Bohrsche Atomtheorie zu verlassen wäre. Das wäre schlimm, auch für den Experimentalphysiker, der sich in den letzten zehn Jahren daran gewöhnt hat, seine Probleme und Methoden vornehmlich aus dieser Theorie zu schöpfen. Die mathematische Beschreibung und Verknüpfung der Atomvorgänge hat sich stetig vervollkommnet. Die Fragen, die wir heute über den Aufbau der Atome und ihr Verhalten unter gegebenen Bedingungen stellen, sind so kühn, daß sie vor zehn Jahren noch sinnlos gewesen wären. Wir wollen von jeder Spektrallinie z. B. im Eisenspektrum wissen, zu welchem Bahntypus, d. h. zu welchem Quantenzustand des Leuchtelektrons sie gehört, welches die Beschaffenheit des Atomrumpfes bei ihrer Aussendung in magnetischer und mechanischer Hinsicht war. Mit den älteren phänomenologischen Formulierungen ist uns nicht mehr gedient. Wir wollen keine ad hoc gemachten Formeln und keine willkürlichen Parameter. Wir fordern, daß alle Erscheinungen sich auf wenige universelle Konstanten zurückführen lassen, unter denen der einzige neue Parameter der Quantentheorie, das Plancksche h, die vornehmste Rolle spielt. Wenn wir gegenwärtig mit der Entwicklung der Atomforschung unzufrieden sind, so liegt das mehr an unseren gesteigerten Ansprüchen, als an einer verminderten Leistungsfähigkeit der Theorie — von der stetig sich steigernden Leistungsfähigkeit des Experimentes gar nicht zu reden.

(Eingegangen 18. Februar 1927.)

BESPRECHUNGEN.

John Joly, The Surface-History of the Earth. Oxford Clarendon Press. 1925.

Das Buch zeigt starke Anklänge an das geologische Standardwerk „Das Antlitz der Erde" von Eduard Sueß. Auch Joly hat sich zur Aufgabe gemacht, die charakteristischen Züge (features) im äußeren Bild unseres Planeten zu enträtseln. Der Weg, den er einschlägt, ist jedoch ein völlig anderer als der von Sueß begangene; die rein geologische Betrachtungsweise tritt stark zurück, das ihr zugrunde liegende riesige statistische Material erscheint nur kurz umrissen, das geophysikalische Moment hingegen ist in den Vordergrund gerückt. Insofern mag das vornehm ausgestattete Buch, dessen Text durch eine bathygraphisch-vulkanologische Weltkarte, einige Diagramme und eine mäßige Zahl sehr sorgfältig ausgewählter vorzüglicher Lichtbilder unterstützt wird, für einen weiteren naturwissenschaftlich interessierten Leserkreis berechnet sein.

Ein stark betonter Hinweis auf jene ungeheuren

Deckenergüsse basaltischen Magmas an gewissen Stellen der Erde erscheint hier gewissermaßen als die Introduktion einer überaus scharfsinnig und nicht ohne künstlerischen Schwung durchgeführten Theorie. Es handelt sich da um eine Überflutung ganzer Länder durch ein offenbar einheitliches und großer Tiefe entstammendes Magma, mit anderen Worten um die universelle Verbreitung eines basaltartigen Substrats, das in großen Bruchzonen der Erdrinde als Schmelzfluß mitunter bis zur Oberfläche dringt.

Joly ist uns bekannt als Vertreter jener Richtung, die in der Radioaktivität einen wichtigen Faktor des Naturgeschehens auf der Erde erblickt. Und so dreht sich bei ihm die gesamte Darstellung eigentlich nur um zwei ganz fundamentale Begriffe, erstens die Radioaktivität der Gesteine, zweitens die Isostasie.

Diese nimmt er zunächst zum Ausgangspunkt seiner weiteren Darlegungen. Im heutigen Relief der festen Erdoberfläche lassen sich bekanntermaßen zwei stufenartig gegeneinander absetzende Hauptniveauflächen (einerseits die mittlere Kontinentalhöhe, andererseits die Ozeanböden außerhalb des Schelfbereichs und der grabenartigen großen Tiefen) sehr deutlich auseinanderhalten. Nach den Ergebnissen der Schweremessungen, denen der Verfasser einige neuere in Unterseebooten gemachte Beobachtungen anreiht, stehen diese Krustenteile trotz ihrer ungleichen Raumerfüllung annähernd im Zustande des mechanischen Gleichgewichts, das sie auch nach etwa stattgehabten räumlichen Veränderungen während der geologischen Zeit jeweils wieder einzunehmen bestrebt sind. Dies läßt sich kaum anders erklären als durch das geringere spezifische Gewicht der die Kontinente bildenden Krustenteile, eine Vorstellung, die, wie der Verfasser mit Recht betont, nicht mehr die Bedeutung einer Theorie, sondern einer Tatsache hat. Diese Grundanschauung entwickelt der Verfasser im Gegensatze zu Hayford (dessen von ihm kurz besprochene Darstellung der Isostasie uns allerdings plausibler erscheinen will), bis zu ihren letzten Konsequenzen. Die Kontinente schwimmen nach dem archimedischen Prinzip im viskosen Substrat wie die Eisberge oder Schiffe mit großem Tiefgang im Meerwasser; ihr „freeboard" und ihr „draught" werden berechnet und in Einklang mit den Beobachtungen gebracht. Diese Auffassung erinnert bereits stark an die Gedankengänge Wegeners, dessen Kontinentaldriftlehre jedoch von der eigentümlichen Konfiguration der heutigen Kontinente ihren Ausgang nahm und zur Erklärung erdgeschichtlicher Ereignisse auf ganz bestimmte Richtungen und Ausmaße der Kontinentalverschiebungen abzielt; Joly hat sie keineswegs in diesem Sinne übernommen.

Es erscheint unmöglich, im Rahmen eines kürzeren Referats den gesamten Inhalt des streng folgerichtig aufgebauten Werkes mit seiner Fülle innigst miteinander verschweißter Gedankengänge zusammenfassend wiederzugeben. Nur insoweit der Verfasser den Mechanismus des Naturgeschehens durch Radioaktivität in Bewegung setzen läßt, sei hier auf seine Darlegungen noch etwas näher eingegangen.

Bei sämtlichen Gesteinen der Erde findet man direkt oder indirekt winzige Mengen von Uran und Thorium. Der Gehalt von solchen radioaktiven Substanzen ist bei Graniten etwas höher als bei basischen Eruptivgesteinen oder gar Sedimenten. Und so wird vom Verfasser an der Hand eines zum Teil bestechenden Zahlenmaterials und durch einfache rechnerische Methoden dargetan, daß sich innerhalb der Kontinente in einer Gesteinssäule von 1 qcm im Querschnitt etwa $2{,}48 \cdot 10^{-6}$ cal sec entwickeln müssen; dabei ist die kontinentale Krustendicke hauptsächlich nach Isostasieprinzipien und seismischen Erscheinungen auf 30 km im Durchschnitt geschätzt und für die kontinentale Masse eine annähernd granitische Beschaffenheit vorausgesetzt. Ferner wird die Annahme gemacht, daß die radioaktiven Stoffe in der gesamten Kruste gleichmäßig verteilt seien.

Aus dem für größere Rindentiefe äußerst hypothetischen Temperaturgradienten und der Wärmeleitfähigkeit der Gesteine, soweit sie in ihren Variationen uns bekannt, wird für den Wärmeabfluß an der Oberfläche der Kontinente ein ganz ähnlicher Betrag ($2{,}45 \cdot 10^{-6}$) errechnet. Und so kommt man, ausgehend entweder von dem Temperaturgefälle und der Isostasie, oder von der radioaktiven Wärmeentwicklung zu dem Ergebnis, daß gegenwärtig an der Basis der Kontinente eine Temperatur herrschen dürfte, die annähernd derjenigen entspricht, bei welcher sich abkühlender basaltischer Schmelzfluß kristallisiert, daß fernerhin die kontinentale Kruste zur Oberfläche im allgemeinen nur Wärme durchläßt, die aus ihrer eigenen Radioaktivität sich ableitet, wobei nur — vom heutigen Zeitpunkt aus betrachtet — vorauszusetzen wäre, daß zur Aufrechterhaltung des Wärmeflusses unten im Substrat eine kontinuierliche Wärmegeneration statthat. Die etwa hier sich entwickelnde radioaktive Wärme vermag also jedenfalls nach obenhin zur Zeit nicht abzuströmen, wird sich vielmehr an der Basis der Kontinente anhäufen.

Unter den Ozeanböden liegen die Verhältnisse nur insofern anders, als die sich in den oberen Lagen des Substrats entwickelnde Wärme durch die Ozeane selbst, auf deren tieferem Grunde Temperaturen von annähernd 0° C vorherrschen, unter stärkerem Gefäll entweichen wird. Für den gegenwärtigen Zustand der Erde glaubt der Verfasser auch hier bis zu einer gewissen Tiefe Verfestigung des Substrates und Wärmeakkumulation erst unterhalb dieser Zone annehmen zu dürfen.

Dieser Zustand im Wärmehaushalt des Planeten kann unmöglich ein konstanter sein, und so gelangt Joly auf Grund der Tatsache, daß 113 Kal. schlechthin nötig sind, um ein einziges Gramm festen Basaltes in flüssigen Zustand zu versetzen, zu einer geologisch überaus bedeutsamen Annahme: darnach wäre nämlich der Wärmebetrag, der zur Verflüssigung des Substrates selbst allmählich sich ansammeln müßte, erst nach Ablauf von 33 Millionen Jahren, und bei Zugrundelegung eines geringeren Radioaktivitätswertes für Basalt, in 56 Millionen Jahren erreicht.

Da Basalt zu denjenigen Mineralgemengen gehört, die im geschmolzenen Zustand, selbst unter Druckbedingungen, wie sie hier kaum in Frage kommen werden, ein größeres Volumen einnehmen als im festen, wird von dem Moment an, da das basaltische Substrat sich zu verflüssigen beginnt, zweierlei eintreten: Das isostatische Gleichgewicht ist gestört und verlangt nunmehr ein Einsinken der kontinentalen Kruste in das leichter gewordene Substrat; diese Vertikalbewegung ist aber nur relativ, denn infolge der eingetretenen Volumenvermehrung vergrößert sich der Erdradius. Es kommt, vom geologischen Standpunkt aus betrachtet, nach einer langen, von Dickenwachstum der Kruste und Wärmeaufspeicherung begleiteten Periode der Ruhe nunmehr zu einer Revolution, wie es der Verfasser nennt.

Die Kruste wäre jetzt — genau das Gegenteil von dem, wie es die lange herrschend gewesene Kontraktionstheorie verlangt — zunächst einer Dehnung ausgesetzt (solid crust is too small to fit a larger world). Die unter den schlecht leitenden Kontinenten eingetretene Überhitzung bedeutet zunächst für den Bestand der Kontinentalkruste eine offensichtliche Gefahr. Sie wird nach Jolys interessanter Annahme durch das Einsetzen eines neuen geophysikalischen Faktors zu erklären versucht.

Die aus den vulkanischen Phänomenen der Erdoberfläche sich aufdrängende Vorstellung, daß der Gesteinsmantel der Erde von einer magmatischen Zone unterlagert sei, war von jeher mit gewissen Schwierigkeiten verbunden, einmal durch unsere Erfahrungen über die Leitfähigkeit der Erdbebenwellen im Erdkörper, dann durch den Umstand, daß uns die Gezeitenkräfte an der im Vergleich zum Erdradius unverhältnismäßig dünnen Erdkruste selbst kaum die Spur eines Effektes erkennen ließen. Das wäre aber nach des Verfassers Ansicht anders, wenn wir nicht gegenwärtig eine Zeit erdgeschichtlicher Revolution, charakterisiert durch die Aufrichtung großer Kettengebirge im Spättertiär, eben erst hinter uns hätten und in die große Periode der Wiederverfestigung des Substrats und der geologischen Ruhe eingetreten wären.

Die Gezeitenkräfte finden nämlich durchaus veränderte „Bedingungen vor, sobald das Substrat im Begriffe steht, sich zu verflüssigen. Sie bewirken dann eine Verschiebung (shifting) „der gesamten äußeren Kruste" — der Kontinente und Ozeanböden und der darauf ruhenden Ozeane — über das darunter liegende flüssige Magma". Da die Rotation des Planeten nach Osten gerichtet ist, wird infolge der Bremswirkung der magmatischen Gezeitenwoge eine ost — westlich gerichtete, wenn auch nur langsam vonstatten gehende Relativbewegung der oberen festen Kruste Platz greifen. Diese gezeitliche Bewegung äußert sich letzten Endes in einem „beautiful mechanism": die überhitzten Areale an der Basis der Kontinente werden von der Kruste überfahren, um dadurch an irgendeiner Stelle des vom Meere weit umfluteten Erdballs der abkühlenden Wirkung des Ozeans ausgesetzt zu sein. Damit wäre zunächst ein gleichmäßigeres Entweichen der Wärme gewährleistet und die Gefahr für die Kontinentalkruste abgewendet.

Die Vergrößerung des Erdradius bewirkt auch eine Verlangsamung der Rotation, kann jedoch infolge des allmählich sich wieder einstellenden Wärmeausgleichs nur eine zeitweilige sein. Die Spannungszustände der anfänglich gedehnten Kruste kehren sich schließlich um in ein Stadium kompressiver Stresse: innerhalb der ihn umgrenzenden eingesunkenen Kontinentalmassen ist der Ozeanboden, während der Erdradius sich wieder verkürzt, nunmehr zu groß für seinen Platz: die nachgiebigeren Randgebiete der Kontinentalkruste erleiden einen Aufstau, zugleich aber auch ein entsprechendes Wachstum nach unten, wie es eben das Isostasieprinzip nach dem jeweiligen Dichteverhältnis von Scholle und Medium verlangt. Es entwickelt sich so der komplizierte, schwer zu analysierende Prozeß der Gebirgsbildung, der jeder erdgeschichtlichen Revolution das Gepräge gibt. Die Randgebiete der Kontinente und die hier sich bildenden Sammeltröge des Meeres (Geosynklinalen) erscheinen dazu prädestiniert.

Zur Abgabe der in Ruheperioden aufgestapelten Wärme und damit zur Wiederverfestigung des Substrats genügt jedoch die durch die gezeitliche Verschiebung bewirkte günstigere Ableitungsmöglichkeit noch nicht, es müssen nach Joly Konvektionsströmungen zirkulierender Magmen hinzutreten. In den Klüften und Spalten, die überall in großer Zahl sich bilden werden und hierfür zur Verfügung stehen, wäre diese magmatische Bewegung unter den Ozeanen eine mehr oder weniger vertikale, beherrscht durch Gravitation und Dichteveränderung, unter den Kontinenten eine mehr horizontale, beherrscht vorwiegend durch die Gezeiten. —

Damit sind wir, wie ich glaube, am Kernpunkt der Joly'schen Gedankenreihe angelangt. Die kühn und großzügig durchgeführte Theorie erinnert weit weniger an Wegener als an dessen Vorläufer Kreichgauer; jener nimmt ein selbständiges eisschollenartiges Driften der Kontinentalblöcke innerhalb eines so gut wie krustenfrei gedachten und nur von Ozeanen überdeckten basaltartigen Mediums an, dieser dagegen eine Gleitung der auf magmatischer Unterlage ruhenden Erdkruste als Folge der Rotation.

Das Problem der absoluten geologischen Zeit ist mit der Methodik des Verfassers, die geologische Geschichte der Erde zu analysieren, untrennbar verknüpft. Mit der gerade hier als Ausgangspunkt dienenden Erforschung und Deutung der pleochroitischen Höfe in gesteinsbildenden Mineralien hat Joly bekanntermaßen den Anfang gemacht. Da ich die theoretischen und praktischen Grundlagen dieses Forschungsgebietes hier als bekannt voraussetzen darf, sei nur auf folgendes hingewiesen. Der Verfasser schätzt heute das Alter eines archäischen Gesteins, allerdings in Anbetracht der Unsicherheit, die solchen Methoden immer noch anhaftet, nicht ohne Vorbehalt, auf 200 bis 300 Millionen Jahre. Da der Verfasser 6 geologische Revolutionen, denen er je eine Dauer von 5 Millionen Jahren zuschreibt, für diese gesamte geologische Zeitspanne annehmen zu können glaubt, würde diese Schätzung mit der oben mitgeteilten Zeitberechnung für eine Periode geologischer Ruhe sehr wohl in Einklang zu bringen sein.

Dem neuen Werke Jolys entnehmen wir als Hauptergebnis, daß die thermalen Wirkungen der Radioaktivität im Wärmehaushalt der Erde und damit wohl auch bei allen bedeutsameren Außerungen der Erdrinde eine kaum mehr zu vernachlässigende Größe darstellen. Der Verfasser scheint geneigt, andere Wärmequellen, zum mindesten für die Zeit der eigentlichen geologischen Geschichte, überhaupt in Zweifel zu ziehen. Wie dem auch sei, in den charakteristischen Bogen- und Schleifenformen der großen Gebirgszüge bilden sich, wie wir heute annehmen, Unterströmungen ab, die hauptsächlich unter dem Einfluß erhöhter Temperatur und der Erdrotation die Erdhaut in ihre langsame und unaufhaltsame Bewegung einbeziehen. Bedenklich will mir die vom Autor beliebte extensive Interpretation des Isostasieprinzips erscheinen. Der damit verquickte, nicht anders als schroff zu nennende, konstruktive Gegensatz, welcher zwischen Kontinentalkruste und substratischem Ozeanboden, selbst unter der Voraussetzung, daß dieser bis zu einer mäßigen Dicke verfestigt sei, in Jolys Theorie bestehen bleibt, wirkt nicht sehr überzeugend, noch weniger aber jene Art gezeitlicher Krustenbewegung, welche infolge der abkühlenden Wirkung der mit den Kontinenten wandernden Ozeane im überhitzten Substrat den Beginn eines Wärmeausgleichs bewirken soll. E. Christa.

D. v. Mihaly, Das elektrische Fernsehen und das Telehor. 2., durch einen Nachtrag erweiterte Ausgabe. Gr. 8°. 196 S. u. 112 Abb. Berlin, M. Krayn. 1926. Geh. M. 10.—, geb. M. 12.—

Das v. Mihalysche Buch ist in seinem ersten Teil der unveränderte Abdruck der früher besprochenen (diese Zeitschrift **26**, 363, 1925) Auflage, so daß nur der 85 Seiten starke Nachtrag ein Referat erfordert. Hier werden die Fortschritte, die seit 1922 auf den einzelnen Gebieten des Fernsehens gemacht worden sind eingehend erörtert: neuere Erwägungen und Versuche zur Feststellung der bei Fernsehen erforderlichen Frequenzen, die Bedeutung der Kurzwellensender bei den Bildübertragungen, die Untersuchung und die praktische Vergleichung der verschiedenen lichtempfindlichen Organe bezüglich des Fernsehens, Registrierorgane (Lichtrelais),

welche infolge der Entwicklung der Verstärkertechnik für die Bildübertragung brauchbar geworden sind, die Bestimmung der Anzahl der Bildelemente, die auf Grund der neueren Untersuchungen beim Fernsehen notwendig sind und als Schluß die Entwicklungsrichtungen der Bildübertragung. —

Wie im ersten Teil, so zeigt sich auch im Nachtrag aus der eingehenden Behandlung der Probleme und technischen Schwierigkeiten, daß der Verf. hervorragende Spezialkenntnisse und Erfahrungen besitzt, die jedem auf diesem Gebiet Arbeitenden von besonderem Nutzen sein werden. Das der vom Verf. erfundene Fernseher, das Telehor, im Mittelpunkt des Stoffes steht, tut der Objektivität des Buches in keiner Weise Abbruch. Die zahlreich gegebenen Anregungen werden auch dem experimentellen Physiker, der auf anderen Gebieten arbeitet, die Lektüre des Buches nutzbringend machen.

A. Goetz.

W. Friedel, Elektrisches Fernsehen, Fernkinematographie und Bildfernübertragung. (Hochfrequenztechnik Bd. 2.) Gr. 8°. XV u. 176 S. mit 153 Abb. Berlin, H. Meusser. 1925. Ppbd. M. 8.—.

Die Einstellung des Buches zu den Problemen des Fernsehens wird am besten charakterisiert durch Zitierung einiger Sätze aus dem Vorwort: . . . „Der Verf. hat es unternommen, die in den verschiedenen Lösungsversuchen steckenden, teilweise recht wertvollen, einzelnen Erfindungsgedanken herauszuschälen und in übersichtlicher Form zusammenzustellen. Hierdurch wird erreicht, daß der einzelne Bearbeiter des Fernsehproblems, der naturgemäß für das eine oder andere Spezialgebiet mehr oder weniger vorgebildet und begabt ist, sich der Vervollkommnung dieses Teilgebietes zuwenden kann, ohne durch die Fülle der Schwierigkeiten, die ihm gerade die übrigen Teilgebiete bieten, von vornherein erdrückt zu werden. Wenn dadurch die Lösung des Gesamtproblems erleichtert wird, dann hat dieses Buch seinen Zweck erfüllt. . . ." — So sind denn in diesem Buch eine Unmenge von technisch-physikalischen Einzelheiten beschrieben, die wohl lückenlos alle wichtigen bisher unternommenen Versuche enthalten. — So wertvoll für jeden, der sich mit der Lösung dieser Probleme befaßt, das Buch sein wird, da es ihm denkbar übersichtlich das bringt, was „schon dagewesen" ist und darüber zahlreiche Andeutungen der Verbesserungsmöglichkeiten, so wird dem Physiker doch an verschiedenen Stellen die tiefergehende physikalische Erläuterung der für das Fernsehproblem verwendeten Vorgänge wünschenswert erscheinen. — Aus dem Inhalt: Das Wesen der elektrischen Bildübertragung. Die technischen Mittel zur Ermöglichung des Fernsehens: Bildzerlegung und Bildsynthese, Umwandlung der Helligkeitswerte des Bildes in entsprechende Stromschwankungen in Helligkeitswerte, Synchronisierungsvorrichtungen, Übertragung der elektrischen Stromschwankungen vom Sender zum Empfänger, indirekte Methoden der Bildtelegraphie, Wirtschaftlicher Ausblick.

A. Goetz.

Handbuch der Physik. Herausgegeben von H. Geiger und K. Scheel. Bd. 23. Quanten. Redigiert von H. Geiger. 8°. 782 S. m. 225 Abb. Berlin, J. Springer. 1926. Geh. M. 57.—, geb. M. 59.70.

In dem vorliegenden 23. Band des groß angelegten und soweit die bisher schon erschienenen Bände erkennen lassen, dank einer vortrefflichen Organisation und einer geschickten Auswahl der Mitarbeiter auch fast in allen Teilen bestens durchgeführten Handbuchunternehmens sind alle Dinge zusammengefaßt, bei denen es sich um quantenhafte Vorgänge handelt und soweit sie (wie z. B. die spezifischen Wärmen, die Strahlungstheorie u. dgl.) nicht in anderen Bänden untergebracht werden mußten. Nur vereinzelt haben sich Hinweise auf den Inhalt anderer Bände als notwendig erwiesen um Wiederholungen zu vermeiden. Dies ist ein großer Vorteil und ermöglicht eine fast ungestörte Lektüre dieses Bandes als eines in sich abgeschlossenen Ganzen.

Im ersten Abschnitt hat W. Pauli auf 280 Seiten eine Darstellung der Quantentheorie gegeben, die in knapper, aber nie oberflächlicher oder unvollständiger Form von den ersten Grundlagen bis hinauf zu den letzten Feinheiten über den heutigen Stand unterrichtet; noch nicht behandelt ist naturgemäß die neue Quantenmechanik, die auch besser in den Band 5 passen wird. Es ist eine Freude, diesen Artikel Paulis zu lesen, und es ist dieselbe lebendige und dem Physiker sympathische Art der Darstellung hier zu finden, die schon in dem Enzyklopädieartikel über die Relativitätstheorie fern von allem rein mathematischen Formalismus in feiner physikalischer Einfühlung die Behandlung auch der schwierigsten und abstraktesten Probleme gemeistert hat. Im zweiten Abschnitt hat R. Ladenburg die verschiedenen Methoden zur Bestimmung des Planckschen Wirkungsquantums übersichtlich und kritisch diskutiert. Der dritte Abschnitt von W. Bothe gibt auf etwa 130 Seiten eine vollständige Übersicht über alle mit der Absorption und Zerstreuung der Röntgenstrahlen zusammenhängenden Vorgänge einschließlich des Comptoneffektes. Es bedarf kaum der Erwähnung, daß der Verf., dem wir auf diesem Gebiet selbst eine Reihe wertvoller Arbeiten verdanken, der experimentellen und theoretischen Seite des Themas in gleicher Weise gerecht wird. Im folgenden Abschnitt, hat H. Kulenkampff das gesamte Material über die Entstehung, die Eigenschaften und die Theorie des kontinuierlichen Röntgenspektrums gesammelt und kritisch verarbeitet. Das umfangreiche 5. Kapitel von P. Pringsheim enthält eine Behandlung der Emissionsanregung durch Einstrahlung, also neben der Behandlung der Resonanzstrahlung, der Resonanzspektra, der sensibilisierten Fluoreszenz u. dgl., vor allem auch die des weiten Gebietes der eigentlichen Fluoreszenz- und der Phosphoreszenzerscheinungen im Anschluß an das bekannte Buch des Verfassers. Das 6. Kapitel von Noddak ist der Photochemie gewidmet und gibt eine recht eingehende und nach modernen Gesichtspunkten orientierte Übersicht über die theoretische und experimentelle Literatur, einschließlich der über Chemieluminiszenz und über die chemischen Wirkungen der Korpuskularstrahlen. Dies letztere Thema scheint mir allerdings etwas zu kurz behandelt zu sein — man vergleiche etwa die Monographie von Lind über die chemischen Wirkungen von α-Strahlen und Elektronen oder die umfangreiche Literatur über die Ozonerzeugung — und wird hoffentlich an anderen Stellen des Handbuches noch ausführlicher besprochen werden. Im letzten Kapitel des Bandes behandeln Franck und Jordan die Anregung von Quantensprüngen durch Stöße in engem Anschluß an ihr kürzlich erschienenes Buch. Auf dieses ausführlicher einzugehen, ist hier nicht der Ort; es möge genügen, darauf hinzuweisen, daß uns die Verfasser damit eine umfassende, kritische und ganz vorzügliche Darstellung eines der aktuellsten Gebiete der Physik gegeben haben, wie man sie schon lange schmerzlich vermißte.

R. Seeliger.

Handbuch der Physik. Herausgegeben von H. Geiger und K. Scheel. Bd. 17. Elektrotechnik. Redigiert von W. Westphal. 8°. 392 S. mit 360 Abb. Berlin, J. Springer. 1926. Geb. M. 33.60, geh. M. 31.50.

Die Behandlung des ganzen ungeheueren Gebietes der modernen Elektrotechnik in einem Band von wenigen hundert Seiten zusammenzudrängen, ist natürlich ein an sich unmögliches Unternehmen. Um dem Inhalt des vorliegenden Bandes gerecht werden zu können, muß man deshalb zuerst einmal daran denken, daß er eben nicht mehr als ein Teilband eines Handbuches der Physik sein kann und soll. Von diesem Standpunkt aus wird man dann durchaus anerkennen müssen, daß die Autoren die schwierige Aufgabe der Stoffauswahl und Begrenzung zum größten Teil so gut gelöst haben, wie dies möglich ist, man wird aber auch dann und auch bei bescheidenen Ansprüchen noch sehr viel vermissen und bedauern, daß der Elektrotechnik nicht noch wenigstens ein zweiter Band zugebilligt wurde. Im ersten Kapitel gibt Breisig eine gedrängte Übersicht über die Telegraphie und Telephonie auf Leitungen, im zweiten Kapitel Kiebitz einen Überblick über die drahtlose Telegraphie und Telephonie, wobei auch die vielen mathematisch so reizvollen Probleme, die hier den Physiker interessieren (Ausbreitung der Wellen, Theorie der Kettenleiter u. dgl.), nur ganz kurz behandelt werden konnten. Im dritten Kapitel über Röntgentechnik und im folgenden über Elektromedizin hat Behnken sehr geschickt versucht, das Wesentliche aus diesen Gebieten zusammenzustellen. Die Transformatoren und elektrischen Maschinen haben in den beiden folgenden Kapiteln R. und V. Vieweg, die Quecksilbergleichrichter im siebenden Kapitel Güntherschulze eingehender besprochen. Die beiden letzten Kapitel enthalten einen Abriß der Hochspannungstechnik von Schumann und eine Darstellung spezieller Probleme aus der Theorie der Schaltvorgänge, nämlich die der Überspannungen und Überströme von Fraenckel. Was man heute sonst noch unter Elektrotechnik versteht, fehlt. Wie schon gesagt, haben die Autoren mit großem Geschick sich der schweren und vor allem undankbaren Aufgabe unterzogen, die ihnen hier gestellt war, und für die — vielleicht überhaupt unvermeidlichen — Mängel und Lücken dieses Bandes sind wohl kaum sie verantwortlich zu machen.

R. Seeliger.

H. Mark, Die Verwendung der Röntgenstrahlen in Chemie und Technik. Ein Hilfsbuch für Chemiker und Ingenieure. (Handb. d. angew. phys. Chemie Bd. XIV.) 8°. XVI u. 526 S. Mit 328 Abbildungen, 73 Tab. im Text und 1 Doppeltafel. Leipzig, J. A. Barth. 1926. M. 48.—, geb. M. 50.—.

Dieser erste literarische Versuch, wie dieses Werk vom Verfasser bezeichnet wird, darf als ein voller Erfolg bezeichnet werden. Das Buch hat eine große Lücke ausgefüllt. Der Band enthält sozusagen alles, was man als Hilfsmittel für die Erzeugung von Röntgenstrahlen und deren vielseitige Anwendungen benötigt. Neben den äußerst zahlreichen, sicherlich sehr wertvollen praktischen Winken sind die theoretischen Grundlagen, soweit dies eben möglich ist, sehr eingehend dargestellt. Neben seiner Vielseitigkeit und Vollständigkeit überrascht das Buch durch seine leicht verständliche Darstellung, die dem Chemiker und Ingenieur das Einarbeiten in dieses Erfolg versprechende Gebiet sehr erleichtern wird. Selbstverständlich sind die allerneuesten Ergebnisse berücksichtigt.

Die Ausstattung des Buches ist gut und der Preis mit Rücksicht auf die Menge der Tabellen und Tafeln und bei der Reichhaltigkeit des Inhalts ein mäßiger.

E. Ott.

J. Reinke, Das dynamische Weltbild. Physik und Biologie. Gr. 8°. V und 157 S. Leipzig, J. A. Barth. 1926. M. 4.—.

Der Abschnitt über Physik gipfelt in einem Kapitel über „Quantentheorie und Materie". Die Bemerkung Plancks, daß „der positiv geladene Wasserstoffkern, das sogenannte Proton, und das negative Elektron zusammen mit dem elementaren Wirkungsquantum die Bausteine bilden, aus denen sich das physikalische Weltgebäude zusammensetzt", veranlaßt Reinke zu folgender Feststellung: „In dieser Bemerkung ist wichtig die Scheidung zwischen Elektron und seiner Ladung, dem elektrischen elementaren Wirkungsquantum". Wichtiger als die Scheidung (zwischen Elektron und seiner Ladung) erscheint uns die Gleichsetzung, die Reinke vornimmt, indem er das elektrische Elementarquantum und das elementare Wirkungsquantum identifiziert. Sein Mißverständnis rührt daher, daß er den Satz von Planck mit der deutschen Syntax, statt mit den erforderlichen physikalischen Vorkenntnissen erforscht hat. So gelangt er schließlich zu dem kuriosen Ergebnis: „Immer ist die Ladung eines Elektrons ein ganzzahliges Vielfaches des Planck-Millikanschen elementaren Wirkungsquantums".

Heinrich Löwy.

A. Eleutheropulos, Die exakten Grundlagen der Naturphilosophie. Träger, Entwicklung und Gesetz der „materiellen" Welt. Gr. 8°. VIII u. 116 S. Stuttgart, F. Enke. 1926. M. 4.80, geb. M. 6.—.

Wie diese exakten Grundlagen der Naturphilosophie beschaffen sind, will ich an einer Probe zeigen, die ich dem Kapitel 3 des 1. Abschnittes entnehme. Die Behauptung der Relativitätstheorie, wonach alle Längen und alle Zeitmaße relativ sind, wird von dem Verfasser mit dem Wort: „Die Ausführungen Einsteins hierüber sind unwiderlegbar", hingenommen. Aber: „Ist auch der fahrende Zug nach der Relativitätstheorie für den Beobachter vom Bahndamm aus kürzer als die Distanz zwischen zwei Laternen, die auf dem Bahndamm die Länge des Zuges in Ruhe fixiert hatten, während der im Zuge mitfahrende Beobachter gerade das umgekehrte konstatiert: — so wird doch durch die Annahme einer Transformationsformel zwischen den einzelnen Systemen notwendig eine Objektivität konstatiert. Diese Objektivität kann zwar die Objektivität in der Differenz der Wahrnehmungen sein, aber auch diese muß ihren Grund haben, und zwar eben darin, daß jedes System unabhängig vom Beobachter seine Größe und seine Zeit hat" (l. c. S. 17). Also: Ist auch — nach Einstein — die Länge eines Körpers etwas Subjektives, d. h. abhängig von der Relativgeschwindigkeit des Beobachters, so ist doch die Transformationsformel, d. i. das Gesetz, welches die Abhängigkeit der Körperlänge von der Relativgeschwindigkeit des Beobachters ausdrückt, etwas Nicht-Subjektives, d. i. wenn wir dem Wort keinen neuen Sinn heimlich unterschieben, etwas, was nicht vom Beobachter, und zwar von dessen Relativgeschwindig-

keit abhängt. Also, schließt Eleutheropulos, ist die Länge — in einem höheren, metaphysischen Sinne — doch etwas Objektives, d. h. von der Relativbewegung des Beobachters Unabhängiges. Dieses geistige Taschenspielerkunststück, das auch von anderen Autoren, z. B. Carl Siegel (vgl. „Die Naturwissenschaften", 14. Jahrg. 1926, S. 739—740), zu dem gleichen Zweck gehandhabt wird, könnte man die Methode zur Beseitigung unliebsamer Funktionalbeziehungen nennen. Alles, was uns in dieser Welt nicht gefällt, können wir auf diese Art wenigstens aus der anderen, metaphysischen Welt beseitigen. Paßt es uns nicht, daß y eine Funktion von x ist, so machen wir die — allerdings sinnlose — Feststellung, daß wohl die Größe y, aber nicht die Gleichung „$y = f(x)$" eine Funktion von x ist, und schließen mit Eleutheropulos, Siegel und anderen Naturphilosophen, daß y in metaphysischem Sinn von x unabhängig ist. Man erkennt unschwer, wie mannigfaltig, ja universell die Anwendungsmöglichkeiten dieser „logischen" Prozedur sind. Wenn die Bäume in der Metaphysik nicht in den Himmel wachsen, so kann man das z. B. nach Eleutheropulos dadurch erklären, daß wohl der einzelne Baum, aber nicht die Behauptung von seinem Wachstum in den Himmel wächst.

In demselben Kapitel ist noch eine andere, bedeutende metaphysische Entdeckung enthalten, die ich mit des Verfassers eigenen Worten mitteile: „Nicht nur muß ein Grund vorhanden sein, warum in der Wahrnehmung Bewegungsrichtungen und Geschwindigkeiten unterschieden werden, sondern es muß — beides, Richtung und Geschwindigkeit, als Bewegung zusammengefaßt — wie ich schon geltend gemacht habe, auch für die Wahrnehmung von Bewegung und Ruhe ein Grund da sein. Dieser Grund kann nun aber kein anderer sein, als der, daß sich objektiv (d. h. unabhängig von einem Beobachter) ein Prozeß abspielt, der von uns als Bewegung, d. h. eben als Richtung und Geschwindigkeit wahrgenommen und unterschieden wird. D. h. also: wir sind gezwungen, die sogenannte Bewegung als einen objektiven Zustand eines objektiven (von unserer Wahrnehmung sonst unabhängigen) Systems aufzufassen, sie uns so (d. i. unabhängig, objektiv) zu denken. Das Wort „Bewegung" ist also nur eine Bezeichnung, wie wir die objektive Zuständigkeit wahrnehmen, die wir sonst nicht kennen (nicht erkennen können), die sich uns aber aus der Wahrnehmung heraus logisch aufzwingt." (l. c. S. 21—22.) Ich gestehe, daß ich weder vor der Lektüre dieser Stelle, noch auch nachher, jemals den geringsten logischen Zwang verspürt habe, jene „objektive Zuständigkeit" oder (einfach gesagt:) jenen „objektiven Zustand" anzunehmen, welcher den „Grund" für die Wahrnehmung der Bewegung bilden soll. Ja, ich muß sogar gestehen, daß ich mir unter jenem „objektiven Zustand" nicht das Mindeste vorzustellen vermag. In diesem Punkt allerdings befinde ich mich in bester Übereinstimmung mit dem Verfasser, welcher seine metaphysische Entdeckung dahin kennzeichnet, daß wir logisch notwendig auf einen objektiven Zustand hingeführt werden, „den wir weiter nicht kennen". Wir lernen hier also gewissermaßen etwas kennen, was wir, auch nachdem wir es kennen gelernt, „weiter nicht kennen". Von dieser Art sind aber schließlich und endlich alle metaphysischen Erkenntnisse. Heinrich Löwy.

H. Weinreich, Die sokratische Methode und wir Mathematiker. Eine pädagogische Auseinandersetzung mit allen Lehrern, insbesondere den Mathematikern und Naturwissenschaftlern. (Beiheft 6 der „Unterrichtsblätter f. Math. u. Naturw.") Gr. 8°. VI u. 50 S. Berlin, O. Salle. 1926. Geb. M. 2.20.

Die Abhandlung berichtet in der Hauptsache über einen Vortrag des Göttinger Philosophen L. Nelson über die sokratische Methode und schließt einige praktische Folgerungen daran an. Sie gibt eine grundsätzliche Auseinandersetzung zwischen der dogmatischen und der sokratischen Methode im Verhältnis zwischen Lehrer und Schüler zugunsten der letzteren und zeigt dann, daß die praktischen Schwierigkeiten ihrer strengen Durchführung in den dafür in Frage kommenden Unterrichtsfächern ihre unveränderte Anwendung nicht hindern dürfen. Die Schrift ist geeignet, für die Idee zu werben, die ja von der Reformbewegung im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht schon lange verfochten wird, und kann in ihrer praktischen Forderung, die durch die neue preußische Unterrichtsreform geschaffene philosophische Arbeitsgemeinschaft an den höheren Schulen auch dem Mathematiker und Naturwissenschaftler anzuvertrauen, nur unterstützt werden.
E. Nies.

Tagesereignisse.

Im Zoologischen Institut der Universität Jena (Schillergäßchen) findet vom 4. bis 9. April 1927 der **V. Ferienkurs in Refraktometrie, Interferometrie und Spektroskopie** statt, veranstaltet von Prof. Dr. P. Hirsch, Oberursel i. T. und Dr. F. Löwe, Jena.

Täglich 2 Vorträge, und im Anschluß daran Übungen an Refraktometern, Gas- und Flüssigkeitsinterferometern; Spektroskopische Übungen, Spektrophotometrische Aufnahmen ultravioletter Spektra; Übungen in der „quantitativen" Spektralanalyse nach de Gramont.

Anmeldungen wollen bis spätestens Ende März an Herrn A. Kramer, Jena, Schützenstraße 72, gerichtet werden, der auf Wunsch Privatwohnungen (meist Studentenzimmer) nachweist oder über Hotels und Gasthöfe Auskunft erteilt. Die Teilnehmerzahl ist auf 50 begrenzt. Die Teilnehmergebühr beträgt für Angehörige deutscher und österreichischer Hochschulen M. 25.—, für alle anderen Teilnehmer M. 50.—.

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Frankfurt Dr. Wilhelm Milch für angewandte Physik.

Ernannt: Der Privatdozent für physikalische Chemie an der Technischen Hochschule Berlin Dr. August Gehrts zum a. o. Professor ebenda, der Oberingenieur der C. Lorenz A. G. in Berlin Dr. Ing. Leo Pungs zum ord. Professor für Fernmeldetechnik und Leiter des Instituts für Fernmelde- und Hochfrequenztechnik an der Technischen Hochschule Braunschweig. Der Professor für organische Chemie an der Universität Pisa Guido Cusmano zum Professor für pharmazeutische und toxikalische Chemie an der Universität Genua.

In den Ruhestand: Der Hauptkonservator am Chemischen Laboratorium des Staates in München Professor Dr. Ludwig Vanino.

Gestorben: Der frühere ord. Professor der chemischen Technologie an der Technischen Hochschule Berlin Geh. Regierungsrat Dr. Hermann Wichelhaus, der ord. Professor der allgemeinen und anorganischen Chemie von Stockholms Högskola Dr. Albert Vesterberg, der Professor der Physik und Mitglied der Akademie in Paris Daniel Berthelot, der ord. Professor für kosmische Physik an der Universität Freiburg (Schweiz) Dr. Albert Gockel.

Für die Schriftleitung verantwortlich Prof. Dr. F. Harms in Würzburg. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.